A MATEMÁTICA DA COMPLEXIDADE

Um novo paradigma para o Ensino de Matemática?

Universidade Federal de Santa Catarina

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

A MATEMÁTICA DA COMPLEXIDADE

Um novo paradigma para o Ensino de Matemática?

Rosane de Fátima Santos Mazia

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção

Florianópolis

2001

Rosane de Fátima Santos Mazia

A MATEMÁTICA DA COMPLEXIDADE

Um novo paradigma para o Ensino de Matemática?

Esta dissertação foi julgada e aprovada para
a obtenção do título de ***Mestre em Engenharia de Produção no Programa de Pós-Graduação em*** **Engenharia de Produção** da
Universidade Federal de Santa Catarina

Florianópolis, 19 outubro de 2001

Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph.D.
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Francisco Antonio Pereira Fialho, Dr.

Luiz Gòmez, Dr.

Christianne C S R Coelho

Christianne Coelho de S. R. Coelho, M.Eng.

Elaine Ferreira, Dr.

Ao Luis Carlos e minhas filhas,
pelo apoio constante.
A Deus por ter me dado força
e empenho pessoal para
concluir esse trabalho.

Agradecimentos

À Universidade Federal de Santa Catarina,
À Coordenação de Aperfeiçoamento
de Pessoal de Nível Superior CAPES
Ao orientador prof. Francisco Antonio Pereira Fialho,
pelo acompanhamento pontual e competente
Aos professores do Curso de Pós-graduação
...

...
A todos que direta e indiretamente
contribuíram para a realização
desta pesquisa.

"A matemática possui não apenas a verdade, mas
uma beleza suprema – uma beleza fria e austera
como a de uma escultura".

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE REDUÇÕES

Abreviaturas

p. = ponto

séc. = século

a. C. = antes de Cristo

hab. = habitante

km^2 = quilômetro quadrado

Siglas

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IBM – Internacional Business Machines

MEC – Ministério da Educação

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais

SINEPE – Sindicato dos Estabelecimentos Particulares de Curitiba

http – Hypertext Transfer Protocol

HTML – Hypertext Makup Language

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei N° 9394/96)

CAPES – Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento

CIA/SEED – Coordenação de Informática Administrativa

Saeb- Secretária de Ensino básico

Símbolos

= igual a

+ mais

– menos

< menor que

> maior que

: dividido por

$f(z)$ função em z

J_c Conjunto de Júlia

RESUMO

MAZIA, Rosane de Fátima Santos. A Matemática da Complexidade. Florianópolis, 2001. 100f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 2001.

O presente trabalho apresenta-se como uma proposta e reflexão sobre o ensino da matemática.

Partiu-se de uma tomada e caracterização teórica, baseada em alguns autores, sobre os caminhos percorridos pela Matemática na ótica tradicional com o propósito de demonstrar os limites de seu ensino e o modo como o educando é visto nesse processo de aprendizagem.

Posteriormente a Matemática foi abordada na ótica da Complexidade, segundo a qual despiu-se a matemática de suas longas tradições e, em paradoxo a isso, apresentamos a mudança de paradigmas e como o educando será estimulado a sentir o quanto a matemática é belíssima, ciência essa, tecida pelos sonhos de todos os matemáticos que nos antecederam, pois não a inventamos apenas a descobrimos. Dessa forma é possível compreender o seu significado e sua importância.

Conclusivamente, segundo a literatura pesquisada, verificou-se como é possível e preciso avançar, na pesquisa, ensino, metodologias e aprendizagem. Ao assumir uma nova postura frente ao ensino-aprendizagem a qualidade, a criatividade, criam disposição para encontrar novos caminhos que possam melhor ensinar a matemática, caminhos estes, mais competentes e atraentes.

Palavras-chave: Ensino, metodologia, aprendizagem, complexidade, mudanças.

ABSTRACT

MAZIA, Rosane de Fátima Santos. A Matemática da Complexidade. Florianópolis, 2001. 100f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 2001.

The present work presents itself as a proposal and reflection concerning the mathematics teaching. It started from a theoretical acquisition and characterization based on some authors, relative to the paths explored by mathematics through a traditional view, with the purpose of demonstrating its teaching limits and the way the pupil is seen in the apprenticeship process.

Following it, mathematics was brought up in the Complexith view, in which it is deprived from its long traditions and, contradicting this, we present the modification of paradigms and how the pupil will be simulated to feel how beautiful mathematics is; a science, woven by all the antecedent mathematicians' dreams, once we have not invented it only discovered it. This way, it is possible to understand its meaning and its importance.

As a conclusion, according to the literature, it was verified how possible and necessary it is to advance on research, teaching, methodologies and apprenticeship. Assuming a new posture in the face of teaching-apprenticeship, the quality and creativity originate disposition to find new ways to better teach mathematics, such ways being more competent and attractive.

Keyword: Teaching, methodology, apprenticeship, complexity, changes.

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Pode-se afirmar, sem riscos de grandes incorreções, que é comum entre estudantes e professores, ter dificuldades na apreensão de conceitos matemáticos, ou os que acham que a matemática é determinista e empírica, sem graça, um amontoado de fórmulas, que aprisiona e não liberta seus seguidores.

Segundo Cantor: "...a essência da matemática está na sua liberdade".

(Davis & Hersh, 1986, p. 450).

O professor por sua vez, no desempenho de sua função, vê-se amarrado, sente-se frustrado e faz pouco uso da criatividade em suas aulas. Melhor dizendo não usa e não ajuda seu aluno a fazer uso dela, em grande parte devido a um currículo conteúdista e sem a menor relação com fatos cotidianos, esquecendo-se que, de acordo com Reich: "É o organismo vivo que ordena, reagrupa e conecta suas sensações antes de articulá-las em fórmulas matemáticas". Devido a falta de conhecimento e mudanças em suas metodologias. (Reich, 1949, p. 132).

Martins diz em seu livro: a pesquisa qualitativa em psicologia, que: "Envolvendo-se e empregando-se no estudo e na contemplação da verdade o homem reconquista sua liberdade".

Ao trabalhar dessa forma com a matemática o professor leva seu aluno a tornar-se um agente passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento, onde baseia-se essencialmente em transmissão ordenada de "fatos", geralmente na forma de definições e propriedades, que culmina na escrita formal e organizada de resultados obtidos, um conhecimento sem significado.

"...ao se tornar rigorosa, a ciência matemática assume um caráter artificial." (Poincaré, 1995, p.20).

Nesse contexto, surge inquietações e a necessidade de mudanças, almejando-se uma mudança de paradigma, mas infelizmente muitos professores sentem que a pesquisa é irrelevante para suas vidas nas escolas".

Na busca e na pesquisa, surge a "complexidade". Pode-se ver o quanto é possível ver de outras formas a matemática e o quanto a matemática é bonita e criativa e o quanto tem para ser explorada, devido ao seu "movimento". Havendo lugar para o erro, julgamentos, críticas, barreiras, inibição, são obstáculos abolidos, o estudo da matemática ganha energia, vigor, vida, movimento, alegria e expectativas e beleza.

Não nos esqueçamos de que a beleza é para ser apreciada e gozada e não ensinada e aprendida.

De acordo com Chandler&Edwards no artigo Mathematical Intelligencer:

> Para os matemáticos, um perene problema é explicar ao grande público que a importância da Matemática vai além de sua aplicabilidade. É como explicar a alguém que nunca ouviu música a beleza de uma melodia ...que se aprenda a Matemática que resolve problemas práticos da vida , mas que não se pense que esta é a sua qualidade essencial. Existe uma grande tradição cultural a ser preservada e enriquecida, em cada geração. Que tenha-se cuidado, ao educar, para que nenhuma geração torne-se surda as melodias que são a substância de nossa grande cultura matemática...

Fonte: gravina@if.ufrgs.br,artigo a aprendizagem da matemática em ambientes informatizados.

No campo da pesquisa em Matemática. A teoria do Caos nasceu do estudo das equações diferenciais feitos por Lorentz; que ao implementar sistemas que diferenciavam minimamente nas condições iniciais, Lorentz constatou que a evolução do sistema, no tempo, se tornava imprevisível e a partir disto surgem os resultados teóricos sobre a instabilidade dos sistemas dinâmicos. Enquanto que na visão da geometria euclidiana, a concepção de espaço era algo de absoluto, os amantes da matemática usualmente desenhavam os objetos geométricos em um plano, liso, sem rugosidades, sem buracos. Mas graças a Gauss, Lobachevsky, Bolyai, Riemann, Mandelbrot e outros, a geometria com base em um conjunto de postulados bem diferentes dos de Euclides, abriu a possibilidades de fazer geometria em outras superfícies. São as geometrias não-euclidianas e a concepção de verdades evidentes são abandonadas. Ao invés de verdades evidentes, há hipóteses, existem outras geometrias, mesmo com postulados que fujam a intuição.

"...o espaço absoluto é um absurdo, e devemos começar por relacioná-lo a um sistema de eixos invariavelmente ligados ao nosso corpo." (Poincaré, 1995, p. 53).

Para conquistar mudanças dispomos de inteligência e da diferenças do espírito dos matemáticos entre si, há os que só conhecem a lógica e os que usam a lógica e a intuição. Nesse contexto me permito usar um exemplo de Poincaré:

> Não devemos comparar a marcha da ciência com as transformações de uma cidade, onde os edifícios envelhecidos são impiedosamente demolidos para dar lugar às novas construções, mas sim com a evolução contínua dos tipos zoológicos que se desenvolvam sem cessar e acabam por se tornar irreconhecíveis aos olhares comuns, mas onde um olho experimentado reencontra sempre os vestígios do trabalho anterior dos séculos passados.
> (Poincaré,1995, p.9).

Não se pode crer, pois, que as teorias antiquadas foram estéreis e vãs.

A lógica inteiramente pura só nos leva a tautologia, não cria coisas novas; não é dela sozinha que se pode originar qualquer ciência. Para fazer geometria ou qualquer ciência é preciso algo mais que a lógica pura e essa outra "coisa" é a intuição. Temos vários tipos de intuição: apelo aos sentidos e à imaginação; a generalização por indução e a intuição do número puro que engendra o verdadeiro raciocínio matemático. Deve-se dar muita importância do lugar que a intuição deve ter no ensino das ciências matemáticas, já que sem ela, os jovens espíritos não poderiam iniciar-se na inteligência matemática; não aprenderiam a amá-la e só veriam nela uma vã logomaquia; jamais se tornariam capazes de aplicá-la. Uma vez que ela é de grande importância aos estudantes ela ainda é o mais ainda ao cientista criador.

Necessitamos uma faculdade que nos faça ver o fim de longe, e essa faculdade é a intuição. Ela é necessária ao explorador que possa escolher sua rota, e não o é menos àquele que o segue e deseja saber porque escolheu tal rota.

E é galgando nesse pensamento que essa pesquisa caminhou, ao vislumbrar a "matemática da complexidade" vê-se que essa traz inquietações e motivações suficientes, para comparar a forma tradicional do ensino da matemática, e procurar respaldo na ciência da complexidade, onde há espaço para sonhos, novos saberes, e pontes para as outras ciências, onde o transporte é a matemática da complexidade.

1.2 Justificativa e Importância do Trabalho

Iniciando a justificativa desse trabalho usarei um antigo conto hindu:

Os seis cegos e o elefante

O primeiro cego sente uma presa e acha que o animal deve ser uma lança, o segundo, apalpando a lateral do elefante, considera que seria um muro; sentindo uma perna, um terceiro descreve o animal como uma árvore e o quarto, tateando a tromba do elefante inclina-se a pensar que seria uma serpente. O quinto, tendo percebido a orelha do elefante, considera tratar-se de um ventilador, e o sexto, segurando o seu rabo, diz tratar-se de uma corda. A compreensão dessas pessoas teria sido muito mais complicada, segundo Peter Vaill, se o elefante estivesse em movimento. O homem agarrado à perna do elefante teria experimentado um movimento elíptico e para frente. Aquele que segurava a cauda teria sido chicoteado de modo aleatório, enquanto os outros teriam sido sacudidos e talvez derrubados. O movimento do elefante teria provavelmente destruído todas as considerações anteriores, desse modo, complicado ainda mais a tarefa de se chegar a um consenso sobre a natureza do fenômeno.

O que quero dizer usando essa fábula, é que quando se enxerga as coisas de uma única posição, de uma única forma nos tornamos completamente cegos. É preciso ver as coisas em movimento. E a forma com que a matemática é vista por muitos professores é de uma forma única, míope. É necessário abrir os olhos da "mente", dos "sentidos" e procurar formas diferentes de enxergar, não acreditar que existe uma verdade única, e que mesmo algo sendo verdadeiro não se é possível ter-se certeza de que se esta absolutamente correto, usando a imaginação.

"Por mais variada que seja a imaginação do homem, a natureza é ainda mil vezes mais rica." (Poincaré, 1995, p. 95).

Pode-se tomar caminhos que haviam sido negligenciados, e esses caminhos muitas vezes nos conduzem a cumes de onde descortinamos novas paisagens.

"Ao longo de três séculos a ciência desmascarou com sucesso muito dos trabalhos do universo, equipada com a matemática de Newton e Leibniz. Era um mundo talhado por um Relojoeiro, caracterizado pela previsibilidade e repetição, um mundo linear. Ora a maior parte da natureza não é linear e não pode ser prevista com facilidade.

De acordo com Poincaré, o único objeto natural do pensamento matemático é o número inteiro. Foi o mundo exterior que nos impôs o contínuo; sem ele não haveria análise infinitesimal; toda a ciência matemática se reduziria à aritmética ou à teoria das substituições. A análise nos abre perspectivas infinitas, que a aritmética não suspeita.

"Seria impossível conhecer as partes sem conhecer o todo, como conhecer o todo sem conhecer particularmente as partes." (Morin,1998, p.332).

Ás portas do séc. XXI, o professor de matemática se pergunta:

- Para quem vou ensinar matemática?
- E como vou ensiná-la?

Para responder essas perguntas um caminho a percorrer é se permitir visualizar uma nova forma de tratar a matemática, e atrair seu aluno a essa ciência que é a mais bela das ciências.

A computação que revolucionou a vida moderna, as novas tecnologias usam a matemática e o quanto pode ser ainda explorada e como ela é uma teia de inter-retro-relações.

A complexidade vem quebrar paradigmas, e há muito a comunidade científica se deu conta de que antigos paradigmas não respondem mais à complexidade de seus objetivos de estudo, as novas teorias tem trazido esperança para indagações que há muito não tinham respostas, idéias como caos, fractais, sistemas complexos, auto-organização, entropia, atratores estranhos, estruturas dissipativas, etc...

A complexidade abre espaço para todos os tipos de discussão e talvez esse seja o seu ponto de maior sedução, ela é democrática aceita contribuições de todos os lados.

1.3 Objetivos

O objetivo desse trabalho é desenvolver um estudo exploratório, para a mudança de paradigma de professores de matemática, descobrindo as vantagens de ampliar conhecimentos, principalmente a matemática da complexidade.

1.3.1 Objetivo Geral

Este trabalho sugere um posicionamento responsável perante a realidade de como a matemática tem sido trabalhada e como é possível à mudança de paradigmas, saindo de metodologias tradicionalistas.

- Ampliar a visão do professor de matemática.

- Verificar se os professores de matemática nas escolas particulares de Curitiba, conhecem e utilizam a Teoria da Complexidade em suas aulas.
- Verificar se os professores de matemática tem procurado conhecer e identificar elementos novos que interajam e contribuam para uma maior compreensão e significação da matemática.
- Verificar se os professores de matemática estão contentes com as suas aulas de matemática , atualmente e se os seus alunos estão fazendo uso da criatividade.

- Questionar e refletir essa realidade, amplia-se a possibilidade de desenvolver atitudes de mudança. Investigando a "matemática", criar estímulos e derrubar barreiras, com a finalidade de auxiliar estudantes de matemática, integrando questões pedagógicas e de conteúdos que afligem tantos alunos, e professores do ensino fundamental e médio regular.

1.3. 2 Objetivos Específicos

- Demonstrar que a matemática é de suma importância em nosso mundo, principalmente na sua aplicação em novas tecnologias e do quanto a matemática deve ser diretamente aplicada em situações problemas do cotidiano, ajudando na melhoria de qualidade de vida do ser humano.
- Mostrar que há uma gama de professores descontentes e em conflito com o currículo de matemática no ensino fundamental e médio regular

e que há alunos descontentes com suas aulas . Onde este assume um papel de agente passivo, sem entusiasmo, não encontrando graça na matemática e desta forma esta acontecendo um afastamento de novos adeptos a essa ciência.

- Apontar fontes novas e inspiradoras, e o que encontrará é algo que certamente reatará relacionamentos de apaixonados pela matemática e abrirá espaço para novos adeptos a essa ciência intrigante e apaixonante.
- Mostrar que a “matemática da complexidade” vislumbra um mundo até então vedado, e que é possível descobri-lo ao retirar-se as vendas dos olhos e de nossas mentes.
- Constatar que nós professores às vezes vemos as coisas sem tanto senso crítico e de um modo linear e determinista, no entanto devemos debater e vermos que “as verdades são atemporais e que as formas modificam-se aqui, agora e sempre”.
- Apreciar a procura para deparar-se com a geometria dos fractais, conceitos de padrão, atratores estranhos, teoria do caos, teoria da complexidade, etc...

Objetivando o uso desses conhecimentos para ajudar na árdua caminhada que é ensinar e apreciar o que se aprende com a matemática.

1.4 Estrutura

No capítulo I, expusemos nossa motivação em relação ao tema. No capítulo II, o estudo histórico e epistemológico da matemática, objetivando: (a) tomar conhecimento de conceitos em geral, (b) localizar outros conceitos que interajam com as noções que estamos investigando, (c) entender como se chegou a esses conceitos.

No capítulo III, demonstraremos as teorias que embasaram essa pesquisa. No capítulo IV, apresentaremos o campo da aplicação, isto é, o ensino de matemática em escolas particulares do ensino fundamental e médio na cidade de Curitiba, localizada no estado do Paraná.

No capítulo V, demonstraremos a metodologia utilizada, no capítulo VI, demonstraremos os resultados obtidos. No capítulo VII, as conclusões e recomendações para futuros trabalhos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: A CAMINHADA DA MATEMÁTICA

Neste capítulo, analisaremos o desenvolvimento da complexidade em particular na Matemática da Complexidade.

O estudo histórico do surgimento de um conceito é muito importante para quem ensina a matemática e compreender os caminhos primordiais percorridos na matemática, para se chegar a compreender a matemática da complexidade.

Procurou-se mostrar como a Teoria da complexidade pode ser utilizada no dia-a-dia do ensino da Matemática. Como, identificar os padrões e os fractais, no dia-a-dia? Como ferramentas, pode o professor explorar este assunto.

2.1 Iniciação Histórica dos Caminhos da Matemática para a Matemática da Complexidade

De acordo com Prigogine:

"Só se pode compreender um sistema complexo referindo-se à sua história e seu percurso." (Morin,1998, p. 332).

No Egito, precisamente na Babilônia há 4 milênios, deu-se a compreensão do conceito de número, Isto é, compreender que é uma idéia abstrata, segundo Bertrand Russel, "foram necessários muitos anos para se descobrir que um par de pássaros e um par de dias eram ambos instâncias do número dois".

Num museu em Oxford aparecem registros, como um cetro de 5000 anos e outros ficando claro que os egípcios eram precisos no contar e medir, nessa época surge o ábaco e o mecanismo Antikthera.

O início da lógica, dá-se na antiga Grécia, foram os gregos os pioneiros em tratar processos convergentes ilimitados por meios matemáticos, e no emprego de demonstrações para suas proposições matemáticas, tendo assim descoberto a incomensurabilidade recíproca entre certas grandezas geométricas. Ocorreram polêmicas, geradas pela teoria de Parmênides e os famosos argumentos de Zenão, que negavam a realidade do movimento fazendo uso indevido do princípio da não-contradição, contribuíram para a distinção dos conceitos, para se ver a necessidade de argumentar com clareza mediante demonstrações rigorosas às objeções dos adversários. Mais tarde sofistas, reduziam todo o saber à arte de convencer pelas palavras, Sócrates a defender o valor dos conceitos e tentar defini-los com precisão.

Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.) com ele nasce a Lógica, ciência das idéias e dos processos da mente. Denominada de "analítica" que significa "resolução", método esse no qual parte de uma dada conclusão, resolve-se precisamente nos elementos dos quais deriva, e assim fica fundamentada e justificada. Ele constituiu a sofisticada teoria dos argumentos, cujo núcleo é a caracterização e análise dos assim chamados "silogismos".

Com a silogística aristotélica, pensou-se pela primeira vez em fazer uso de letras que poderiam ser usadas para uma expressão substantiva qualquer, fundamental para desenvolvimentos posteriores. É com Aristóteles que se encontra tentativas de se estabelecer um rigor nas demonstrações matemáticas. Ao definir os dois tipos de demonstração, dos efeitos às causas e das causas aos efeitos.

Para Aristóteles, não há infinito atual por acréscimo, pois o mundo limitado pela abóbada celeste (a esfera de estrelas fixas), existe, em certo sentido, o infinito por divisão, em pequenez. A Dicotomia de Zenão é possível, os pontos dentro de um segmento só aparecem pela divisão, enquanto que antes da divisão só estavam presentes potencialmente, e só por meio dela adquirem atualidade. A incomensurabilidade deixa de ser problemática ou importante, para Aristóteles, o segmento não se compõe de pontos, embora um número sem fim de pontos estejam nele "em potência", no sentido de só poderem se tornar atuais por operações matemáticas construtivas, como a divisão.

O conceito de infinito em potencial de Aristóteles desempenha também papel importante na doutrina das Antinomias de Kant. Empregado sobre a finitude ou não da extensão e da divisibilidade do mundo no tempo e no espaço , cuja "critica da razão pura" desempenha importante papel na releitura epistemológica contemporânea da matemática. Antes de Cantor, segundo Aristóteles o matemático contempla aquilo que existe por abstração, em que vê coisas diferentes do ponto de vista quantitativo e contínuo (pontos, linhas, superfícies, corpos). Enquanto o filósofo (metafísico) contempla as coisas do ponto de vista do ser. Apesar da diferença, há semelhanças no caráter formal comum que possuem a matemática e a ontologia universalis, com o cálculo simbólico universal da quantidade e da qualidade: uma forma para a matemática que a libertasse da figura geométrica e das limitações do número.

Segundo Bacon, "pela renuncia venceremos a natureza" essência da revolução no espírito renascentista que contribuiu para o pensamento e o desenvolvimento matemático atual.

Euclides (330 a.C. – 277 a.C) brilhante para ensinar geometria e álgebra na Alexandria, fora convidado por Ptolomeu do Egito, que pediu a ele um processo fácil para aprender Geometria e este lhe respondeu "não há uma estrada real para a Geometria"... Euclides em seu primeiro livro "Elementos", enuncia vinte e três definições, cinco postulados e algumas noções comuns ou axiomas, deduziu proposições. Segundo Leibniz, os gregos raciocinavam com toda a exatidão possível em matemática e deixaram à humanidade modelos de arte demonstrativa. Mas

Gauss, Jonas Boulay e Nicolai Ivanovic Lobacewskiy, perceberam a não demonstrabilidade do quinto postulado de Euclides. Surgiram estudos de David Hilbert e outras tentativas de se fundamentar a matemática na lógica e na teoria dos conjuntos propostas de Frege, Russel e Cantor.

Diophantus (250 a.C.) quebrou a tradição grega, que na época dividiam a aritmética em: "teoria dos números naturais", tinha mais em comum com a filosofia platônica e pitagórica do que com o que se considera matemática, logística ou cálculo, úteis à astronomia mecânica, etc. Foi o primeiro a introduzir o simbolismo na matemática grega, para quantidades desconhecidas. A sua "Arithmetica" assemelhava-se à álgebra babilônica em muitos aspectos, enquanto os matemáticos babilônios se ocupavam principalmente com soluções aproximadas de equações determinadas e de equações indeterminadas do 2° e 3° graus, ou conjuntos (sistemas) destas equações. Surge então o termo álgebra que vem do árabe *al-jabr* ou "reunião de partes quebradas", onde Abu Já'far Muhammad ou al-Kharazmi (800-847), introduziu a escrita dos cálculos no lugar do ábaco e de seu nome derivaram as palavras algarismo e algoritmo. Cabe dizer que os hindus desenvolveram a álgebra e os gregos conservaram e transmitiram-na para os outros povos.

De acordo com Bhaskara no séc. XX, a álgebra é a "arte dos raciocínios perfeitos" dá-se continuidade ao processo que proporcionará as bases fundamentais para o raciocínio automatizado.

Raimundo Lúlio (1235-1316), apresentou a primeira tentativa de um procedimento mecânico para produzir sentenças logicamente corretas. Seu método um sistema de anéis circulares dispostos concentricamente, de diferentes tamanhos e graduáveis entre si, com letras em suas bordas, onde todo o saber humano seria sistematizado em uma gramática lógica, que influenciou Cardano (1545), Descartes (1598-1650), Leibniz (1646-1716) e Cantor (1829-1920).

Robert Recorde (1510-1558) introduz o sinal de = e divulga os símbolos + e – de John Widmann (1489). Thomas Harriot (1560-1621) inventa os sinais < e >. Willian Outghtred (1574-1621) inventa a régua de cálculo baseada nos logaritmos de Napier, que divulgou o x, e introduziu os termos seno, cosseno e tangente. J. H. Rahn (1659) usou o sinal ÷, esses matemáticos deram a álgebra a sua forma moder na.

Galileu (1564-1642) uniu o experimental ao matemático dando início à ciência moderna, ele contribuiu com a formulação das ciências físicas. Esse encontro com a Matemática e a Física, toma um novo rumo, preparando o caminho para uma nova matemática "formalismo" isto é raciocinar.

Gottfried Wilhelm Leibniz quis dotar a metafísica de um instrumento poderoso que permitisse alcançar o mesmo grau de rigor que tinha alcançado a matemática. No séc. XVI italianos já tinham encontrado a fórmula geral para resolução de equações do 3° e 4° graus. Jean Le Rond d'Alembert e Daniel Bernoulli teoria das cordas vibrantes e teoria das equações diferenciais às derivadas.

Blaise Pascal (1623-1662) seu trabalho foi essencialmente importante devido às técnicas de contagem que desenvolveu e à sua máquina de calcular, base das atuais calculadoras. Ele e Fermat marcam o nascimento da teoria matemática das Probabilidades. Descartes e Fermat criaram a geometria analítica. Newton e Leibniz o cálculo infinitesimal. Leibniz, Boole e Turing perceberam a possibilidade da mecanização do cálculo aritmético. Leibniz, contribuiu para a Lógica sob dois aspectos: método matemático para a interpretação dos sislogismos aristotélicos, e apontou a partes da álgebra que estão abertas a uma interpretação não aritmética.

Boole formulou regras básicas de um sistema simbólico para a lógica matemática, que mais tarde outros matemáticos aplicaram à teoria dos conjuntos. A máquina de Turing baseou-se no princípio de que a simples aplicação de regras permite passar mecanicamente de uns símbolos a outros. Sendo que a lógica de Boole limitava o raciocínio proposicional e mais tarde com a ajuda de quantificadores era aplicada ao raciocínio matemático geral, através dos símbolos e operações específicas, as proposições lógicas poderiam ser reduzidas a equações e a equações silogísticas poderiam ser computadas, de acordo com as regras da álgebra ordinária.

George Cantor (1829-1920), com a teoria dos Conjuntos Infinitos, teoria essa muito importante para a nossa pesquisa.

Gottlob Frege (1848-1925) considerado um dos pais da Lógica Moderna, elaborou uma concepção lógica mais abrangente do que a lógica de Aristóteles. Construiu um sistema de símbolos para desenvolver a lógica de maneira exata e foi muito além das proposições e dos argumentos. Bertrand Russel estendeu as teses de Frege à Geometria e às disciplinas matemáticas em geral, o Conceito de Lógica passa a ser, o objeto da investigação lógica já não são mais as próprias fórmulas, mas as regras de operação pelas quais se formam e se deduzem.

Frege, Cantor e Russel, não convencidos da "naturalidade" da base constituída pela aritmética, procuravam conduzir a própria aritmética a uma base mais profunda, reduzindo o conceito de número natural ao conceito lógico da classe. Segundo Cantor, definir número em termos de conjunto, de modo que a lógica das classes apresentava-se como a teoria mais adequada para a investigação sobre os fundamentos da matemática.

Em 1900, surgiram paradoxos, especialmente nas teorias dos conjuntos, na tentativa de resolver os paradoxos surgem três grandes escolas: a Logística, a

Intuicionista e a Formalista. E nos fins do séc. XIX uma inevitável colisão entre matemática e filosofia. No início do séc. o desafio dos matemáticos era arimetizar a análise, a lógica matemática neste período tinha maior atenção à linguagem científica, sofrendo limites na ordem sintática e na ordem semântica. Este fenômeno levou a uma valorização da linguagem ordinária, que apesar de suas flutuações e imprecisões, encerram uma riqueza lógica que os cálculos formais não conseguem recolher de todo. Na matemática há verdades que não podem ser demonstradas mediante uma dedução formal mas que podem ser demonstradas, o teorema da incompletude de Gödel é prova disso. Gödel destruiu o sonho logicista, visto que não se pode desenvolver toda a aritmética e muito menos toda a matemática num sistema que seja ao mesmo tempo consistente e completo. E acabou com o sonho formalista: existem enunciados matemáticos que são verdadeiros, mas não são suscetíveis de prova, há um abismo entre verdade e demonstração. Ele rompeu um limiar entre lógica e a matemática. Mostrou que qualquer sistema formal que seja tão rico quanto um sistema numérico qualquer, que contenha os operadores + e =, pode ser expresso em termos aritméticos. Isto significa que por mais complexa que se torne a matemática, ela pode sempre ser expressa em termos de operações a serem executadas sobre números, e as partes do sistema poderão ser manipuladas por regras de contagem e comparação.

Alan M. Turing (1912-1954) tornou possível executar operações computacionais sobre a teoria dos números por meio de uma máquina que tivesse embutida as regras de um sistema formal, formalizou o conceito de algoritmo.

Benoit Mandelbrot (1924-?), nasceu na Varsóvia. Em 1936 aos doze anos, Hitler estava começando a ameaçar a Europa então sua família mudou-se para Paris, ele convivendo com seu tio Szolem, matemático interessou-se por geometria, por causa dos nazistas ele não conseguia ter uma escolaridade normal, então desenvolveu seus estudos por si mesmo, não fazendo nada de forma racional, por isso quando se submeteu a um exame para a universidade, fez uso de conhecimentos geométricos para "explicar" problemas de outros ramos da matemática. Seu tio que insistia num estilo de análise matemática formal rigorosa e elegante, conseguiu, Benoit resistir, porque ele procurava um campo que tivesse duras margens e textura, um mundo de mudanças de formas geométricas. Na Escola Politécnica de Paris encontrou Paul Lévy (1886-?) perito em teoria de probabilidades e que estudava fenômenos físicos que envolviam probabilidades tais como o movimento browniano. Lévy ajudou Mandelbrot a aprender olhar fenômenos na natureza, contrário do que acontecia com as abstrações alinhadas dos matemáticos. Mandelbrot obteve seu Ph.d, e sua tese de doutorado tinha idéias de Norbert Wiener e da Teoria dos Jogos de John von Neumann. Mais tarde trabalhando na IBM conseguiu em 1960 notar padrões não usuais em dados aparentemente fortuitos. Embora não entendesse de economia percebeu que o preço de uma mercadoria qualquer, movimentava-se de duas maneiras: uma espécie de movimento tem alguma causa razoável, tal como "mau tempo" reduzindo uma quantidade de produto disponível; outra espécie de movimento parece ser errada ou fortuita os preços vacilam para cima ou para baixo de hora em hora ou dia a dia. Economistas viram que as flutuações representadas em gráficos formavam um padrão conhecido como "Curva de Sino".

Galileu e Galilei final do séc. XVI, Galileu ao referir-se a matemática estava referindo-se a geometria a filosofia, "escreveu ele", está escrita nesse grande livro que sempre se encontra á frente dos nossos olhos; porém, não podemos entendê-lo se não aprendermos antes a linguagem e os caracteres nos quais ele está escrito.

Essa linguagem é a matemática, e os caracteres são triângulos, círculos e outras figuras geométricas.

Para Poincaré uns preferem tratar seus problemas "pela análise", outros "pela geometria". Os primeiros são incapazes de "ver no espaço", e os outros prontamente se cansariam dos longos cálculos e nele se enredariam.

Relembrando Newton e Leibniz, como já vimos o método por eles descoberto é o "cálculo" que abriu passagem para a matemática da complexidade, que é o nosso objeto de estudo, a qual abordaremos adiante.

Fonte: Grandes matemáticos de A a E.

A crise nos fundamentos da matemática e a teoria da Computação.

(Pedro Antonio dourado de Rezende). Disponível na World Wide Web:

< http://www.cic.unb.br/docentes/pedro/trabs/acrise.htm>

3. TEORIAS UTILIZADAS COMO BASE PARA RESOLVER O PROBLEMA: MATEMÁTICA DA COMPLEXIDADE

3.1 Teoria da Complexidade

"Uma teoria não é o conhecimento; ela permite o conhecimento. Uma teoria não é uma chegada; é a possibilidade de uma partida. Uma teoria não é uma solução; é a possibilidade de tratar um problema. Uma teoria só realiza seu papel cognitivo, só ganha vida com o pleno emprego da atividade mental do sujeito." (Morin,1998, p. 335).

Em nosso estudo consideraremos o racional e o intuitivo, modos complementares do funcionamento da mente humana.

> O pensamento racional é linear, concentrado, analítico. Pertence ao domínio do intelecto, cuja função é discriminar, medir e classificar, o conhecimento racional é fragmentado. O conhecimento intuitivo baseia-se numa experiência direta, não-intelectual, da realidade, em decorrência de um estado ampliado da percepção consciente. Tende a ser sintetizador, holístico e não linear. O pensamento racional é linear e a consciência ecológica decorre de uma intuição de sistemas não-lineares. Entenda por sistemas, como organismos vivos, sociedades e ecossistemas. Os sistemas vivos são organizados formando estruturas de múltiplos níveis, cada nível dividido em subsistemas, sendo cada um deles um "todo" em relação a suas "partes", e uma "parte" relativamente a "todos" maiores. (CAPRA, 1982, p.35).

No séc. XVII, Descartes acreditava que a chave para a compreensão do universo era a sua estrutura matemática; para ele, ciência era sinônimo de matemática, detalhou como os movimentos e as várias funções biológicas do corpo podiam ser reduzidos a operações mecânicas, isto é, eram *automata* (relógios, fontes artificiais, moinhos e outras máquinas semelhantes) são alguns exemplos de automatas.

"não se pode conceber o todo sem conceber as partes e não se pode conceber as partes sem conceber o todo." (Morin, 1993, p.332).

No primeiro encontro com o infinito, a matemática e a filosofia foram conduzidas a paradoxos, e a descoberta do irracional, levou Aristóteles à posição que considera o ilimitado (*apeiron*) como "ente em potência (*dynamei on*) que tem seu ser no devir.

É filosófica e espiritualmente mais satisfatório supor que o cosmos como um todo é vivo, em vez de pensar que a vida na Terra existe dentro de um universo sem vida. No entanto no arcabouço da ciência, não podemos ou, pelo menos, ainda não podemos fazer tais afirmações. Se aplicamos nossos critérios científicos para a vida ao universo inteiro, encontramos sérias dificuldades conceituais.

Segundo Capra , os sistemas vivos são definidos como sendo abertos a um constantes fluxo de energia e de matéria. Mas como podemos pensar no universo, que por definição inclui tudo, como um sistema aberto? A questão não parece fazer mais sentido do que indagar sobre o que aconteceu do Big Bang.

(Capra, 1996, p.175).

Como disse, Sir Bernard Lovell:

"Aí atingimos a grande barreira do pensamento. ...Sinto como se de repente me dirigisse até uma grande barreira de neblina onde o mundo conhecido desapareceu".(Capra,1996, p.175).

Segundo Barbosa (1997), quando afirma:

Das múltiplas surpresas conceptuais historicamente produzidas pelas práticas de cognição humana e pela própria reflexão em torno dos saberes, há uma que ocupa hoje um lugar de destaque no pensamento daqueles que procuram compreender melhor a significação do empreendimento científico contemporâneo.

Reconheça-se ou não, a complexidade é a grande surpresa conceptual cujo alcance teórico e prático só recentemente começou a ser vislumbrado.

Segundo Landroit (1998) a realidade é complexa defendendo que as crianças saibam isso desde o berço.

"para que uma nação, para que um conceito seja verdadeiramente útil deve ser abordado em toda a sua complexidade, sob várias facetas, através de vários percursos por vezes aparentemente contraditórios." (Landroit, 1998)

3.2 Teoria do Caos

A Teoria do Caos, dedica-se ao estudo de sistemas dinâmicos, complexos ou sistemas não-lineares; sistemas que estão diretamente envolvidos em processos temporais e sujeitos a turbulências e desordens.

Segundo a 2ª Lei da Termodinâmica:

"quanto maior a desordem de um sistema, maior a sua entropia".

Imagine uma nuvem na forma de uma mensagem de fumaça. A sua entropia é baixa pois o seu nível de organização e complexidade é alto, porém com o tempo a fumaça se deforma e a mensagem que ela representa, acaba ilegível. Pode-se dizer que sua entropia aumentou, neste exemplo a entropia em termos de comunicação nada mais é do que o contrário da informação.

Gregory Chaitin em 1998, mediu a informação:

"... a informação contida nos axiomas e a informação contida nos teoremas".

Por vezes, não é possível provar certos enunciados, apesar do esforço de gerações e gerações de matemáticos. Não será afinal, porque a própria matemática tem resultados aleatórios." (Gregory Chaitin,1998, entrevista dada a Revista Expresso em 26/09/1998,www.expresso.pt/ed1352/r1261.asp)

Vamos lembrar que Caos não é uma invenção matemática, que surgiu da cabeça de pesquisadores e cientistas, mas surgiu de problemas concretos: turbulências, previsões, sorte, azar, jogos, projeções, ausência total de ordem no passado e hoje alguma falta de ordem, etc.

O cálculo inventado por Newton e Leibniz, conhecido como cálculo diferencial, deu a concepção de infinito uma definição matemática precisa, que abriria inúmeras possibilidades novas para a análise dos fenômenos naturais.

Newton, usou equações diferenciais para descrever todos os movimentos possíveis de corpos sólidos. Equações essas que foram reformuladas por Laplace, Euler, Lagrange e Willian, permitindo aos cientistas analisar uma faixa cada vez mais ampla de fenômenos naturais. Na prática as limitações do modelamento da natureza por meio das equações do movimento de Newton foram evidentes.

Lembremos, matemáticos, de acordo com o físico Inglês Ian Stewart "montar equações é uma coisa, resolvê-las é totalmente outra" (Capra,1996, p.105).

Essa é uma teoria que põe em jogo, o que predominava o pensamento cartesiano e newtoniano e hoje, o Caos ou o estudo das Complexidades é uma mudança de paradigma: fractais, sistemas não-lineares, auto organização, entropia, atratores estranhos, estruturas dissipativas, etc, como paradigma, um novo conjunto de regras, caminhos onde a nova ciência poderá se guiar, não se pode ficar preso a um campo de conhecimento, a todos os conhecimentos para compreender o caos.

Enfim, compreender o caos é um desafio, estudá-lo uma aventura, uma odisséia por ser fascinante, intrigante e instigante.

No séc. XIX, as equações newtonianas do movimento são gerais, apropriadas tanto para fenômenos lineares como para não-lineares; na verdade, equações não-lineares sempre foram formuladas, e eram muito complexas para serem resolvidas, devido a natureza aparentemente caótica, e eram evitadas de serem estudadas. As equações não-linearizadas eram linearizadas, o mundo era linear para o séc. XIX e para a maior parte do séc. XX.

A natureza é inflexivelmente não-linear, a teoria dos sistemas dinâmicos é a primeira matemática que permite aos cientistas lidar com a plena complexidade de fenômenos não-lineares.

A teoria do Caos teve sua origem nos estudos de Mitchel Feigenbaum, que a definiu como sendo o momento no qual uma situação passa da ordem para o caos. Observe que os fenômenos têm uma certa linearidade na sua apresentação e de repente mudam de direção desorientando, previsões, cálculos, que até então eram tidos como certos.

"a natureza, apresenta-nos ao mesmo tempo processos reversíveis e irreversíveis, mas os primeiros são a regra e os segundos a exceção." (Ilya Prigogine)

Segundo Lorenz, uma seqüência aleatória é simplesmente aquela na qual qualquer um dos vários eventos possíveis pode ocorrer em seguida, mesmo que o evento não ocorra necessariamente. O que realmente é possível de acontecer em seguida depende, do que ocorreu anteriormente. Basta que apenas um evento ocorra, não necessariamente todos. Lorenz , define um sistema caótico como aquele que é sensivelmente dependente das condições iniciais nas quais o sistema foi criado, chamado "efeito borboleta" por James Gleick. (Gleick,1990, p.18 e19).

Para mim, caos é como um sonho. Oferece a possibilidade de atingirmos o veio principal.

A teoria do Caos afirma duas coisas. Primeiro que os sistemas complexos como o tempo, possuem uma ordem oculta. Segundo, que o inverso também vale:

sistemas simples podem originar comportamento complexos. Exemplo: no jogo de bilhar, o jogador bate na bola e ele começa a quicar na mesa, o que na teoria é um sistema simples, uma vez que se pode conhecer a força usada na bola, sua massa e calcular os ângulos em que vai bater nas bordas da mesa, pode-se prever (teoricamente) seu comportamento futuro. Mas na prática não se pode prever mais do que alguns segundos, pois quase que imediatamente pequenos efeitos, imperfeições na superfície da bola, pequenas variações na madeira da mesa, começam a fazer a diferença.

...uma causa muito pequena, que nos escapa, determina um efeito considerâvel que não podemos deixar de ver e então dizermos que esse efeito se deve ao acaso." (Poincaré, 1910).

Dessa forma vê-se que um sistema simples como a bola de bilhar pode ter um comportamento imprevisível.

> Axiomas de matemática não são escolhas aleatórias? Afinal, são os fundamentos de todos os teoremas, as premissas da lógica. É possível provar a inconsistência de tais leis? Há uma sugestão de que fosse possível programar um computador para isso, ele iria provar que os axiomas são incongruentes, mas isso iria demorar mais do que a existência física do universo. Por isso, não temos, muita certeza de que nossa questão pode ser resolvida. Não sabemos por que o mundo da verdade matemática é acessível. Entretanto, de maneira maravilhosa, é. (Zoltan, Paulinyi)
>
> Fonte: Texto obtido no 1° semestre de 1996 , paulinyi@yahoo.com

O importante nessa teoria é que "complexidade" é a nossa época, o caos esta em tudo que nos cerca, o imprevisível faz parte de todas as coisas, o que resta, é saber que podemos questionar as previsões, respostas e que todo sistema é complexo e que todos e tudo esta aberto a critica.

De acordo com o prêmio Nobel Iliya Prigogine, um dos pais da teoria da complexidade e do caos, que o acaso torna basicamente impossível prever como as coisas irão se comportar.

"Não quero reduzir a matemática à física. Mas a oposição absoluta que se tem traçado não tem razão de ser. Não há uma matemática puramente formal, por um lado, e, por outro, uma física essencialmente empírica. Trata-se de uma questão de grau. O que digo é: A matemática não puramente construída por certezas absolutas." (Gregory Chaitin, 1998 entrevista dada a Revista Expresso em 26/09/98,www.expresso.pt/ed/ed1352/r1261.asp)

3.2.1 Padrão

De Pitágoras a Aristóteles, Goethe, Alexander Bogdanov e os últimos 20 anos, foram necessários para levar-nos a compreender o que é padrão.

A matemática que tornou possível trazer ordem ao caos, foi desenvolvida por Jules Henri Poincaré, contribuiu em todos os ramos da matemática, como "o imaginário visual à matemática", essa matemática é geométrica de padrões e relações, conhecida como a geometria na qual todos os comprimentos, ângulos e áreas podem ser distorcidos a vontade.

"em toda atividade mental estamos sempre a reconhecer padrões, perceber um padrão significa que já formamos uma idéia do que vêm a seguir.

No séc. XVI, Leonardo da Vinci aconselhava os discípulos a descobrirem temas pictóricos em paredes manchadas de tinta ou em agrupamentos de pedras. Existem padrões em tudo, nos sons, nas coisas, etc, todas as formas de expressão se conjugam.

Poincaré utilizou topologia para analisar as características qualitativas de complexos problemas dinâmicos, assentando assim os fundamentos da matemática da complexidade, ex: o problema dos três corpos em mecânica celeste.

"Poincaré estava olhando fixo para as pegadas do caos." (Capra,1996, p.110).

Após Poincaré publicar seu trabalho sobre o problema dos três corpos, Max Planck descobriu os quanta de energia e Albert Einstein publicou sua teoria especial da relatividade.

Reconhecer padrões requer observação e análise, músicos, médicos, matemáticos, etc tem muita facilidade para reconhecer padrões.

Novamente vamos insistir a matemática é o estudo dos padrões e das regras que explicam tudo que é regular no mundo físico e que também eles podem ser simples ou mais complexos.

O professor de matemática quando ajuda o seu aluno reconhecer padrões e relacioná-los ele dá a ele a base inicial para desenvolver sua capacidade de solucionar problemas, entender seqüências lógicas e entender os padrões numéricos, como por exemplo da base decimal.

Um exemplo de como trabalhar o reconhecimento de padrão simples:

Um carro , ônibus, carro, ônibus, ou brinquedos de casa, brinquedos da loja, brinquedos de casa, brinquedos da loja, deixe o aluno completar escolhendo o que virá em seguida.

Ou pode se associar um som ou movimento para cada tipo de item no padrão, por exemplo: animal = bater palma; cavalo= estalar os dedos e assim por diante.

Outros exemplos de como procurar padrões numéricos em fatos do dia-a-dia segundo a Doutora em Matemática Maria Cecília Costa e Silva Carvalho pela PUC-SP(professora da Universidade São Judas Tadeu , 1997, p.6).

Ao andar pela rua, por exemplo, podemos notar que a numeração das casas obedece a uma certa "regra": de um lado da rua elas apresentam números pares e do outro , números ímpares. Alguns prédios seguem um padrão na numeração de seus apartamentos: indicando o primeiro apartamento do primeiro andar por 11(com janelas voltadas para a rua), o segundo apartamento do primeiro andar por 12(com janelas voltadas para o fundo do prédio), o primeiro apartamento do segundo andar por 21(com janelas voltadas para a rua), e assim por diante.

Quando o médico nos receita um remédio para ser tomado de três em três horas e começamos a tomá-lo às 7 horas da manhã, por exemplo, os horários seguintes neste dia são 10, 13, 16, 19 e 22 horas. As estações do ano se repetem obedecendo a um padrão : de três em três meses temos uma nova estação.

As eleições para governador de estado têm ocorrido de quatro em quatro anos. Destacamos os anos das quatro últimas eleições, 1982,1986,1990 e 1994, vemos que esses anos apresentam uma característica em comum :

1986= 1982+ 4, 1990= 1986+ 4 , 1994= 1990+ 4

Observar placas de automóveis , ônibus e caminhões, por exemplo : as placas (1) 1155, (3) 7722 e (7) 5599 são compostas por dois números repetidos. Elas apresentam o mesmo padrão, são formadas por números consecutivos.

Observe o padrão representado nessas figuras e descubra como será a próxima:

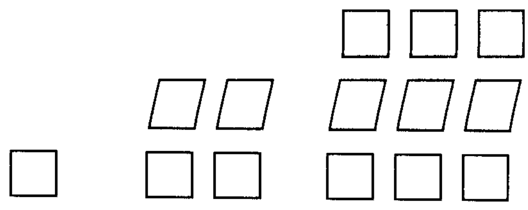


Figura 1: Reconhecendo o Padrão em figuras.

Segundo o pintor Gene Davis ele começa um quadro traçando linhas coloridas em forma de grades na tela e vai preenchendo os buracos até descobrir um padrão novo.

Para Virginia Woolf o propósito da literatura é "descobrir o padrão escondido".

A noção de padrão é o centro para se entender a concepção de auto-organização e a matemática da complexidade. A concepção de auto-organização originou-se do reconhecimento da rede como padrão geral da vida que foi aprimorado por Maturana e Varela em sua concepção de autopoiese.

"a nova matemática é essencialmente uma matemática de padrões visuais: atratores estranhos, retratos de fase, fractais etc..." (Capra,1996, p.133).

Para Maturana e Varela, hoje convencionou-se dois padrões de sistemas físicos : sistemas lineares e sistemas não-lineares. A maioria dos sistemas naturais são não-lineares: o clima, a dinâmica de populações, os gases, os líquidos, etc, sofrem grande influência das equações e fórmulas matemáticas da ciência do caos.

A matemática da complexidade está levando mais e mais pessoas a entenderem que a matemática é muito mais do que áridas fórmulas; que o entendimento do padrão é de importância crucial para o entendimento do mundo vivo que nos cerca; e que todos os assuntos relativos a padrão, a ordem e a complexidade são essencialmente matemáticos.

Existem no máximo 64 padrões de complexidade, que dirigem todos os eventos da nossa dimensão: estes padrões estão identificados graficamente e conceitualmente relativo aos três referenciais da equação. Mas já se percebe que existem padrões repetidos. No universo tudo é energia e freqüência, a freqüência é que define o que chamamos de realidade, todo objeto é efêmero.

"O Universo Absoluto é um ser que tem um propósito básico de Inteligência, paz, riqueza, equilíbrio, eternidade, que podem ser resumidos no conceito amplo do amor."

Paulo de Tarso disse: Em Deus nos movemos e existimos.

A Matemática do Caos e a Física Quântica estão muito próximas de provar essa verdade.

3.2.2 Atratores Estranhos

Para Prigogine, um sistema quanto mais longe estiver do equilíbrio, tende alcançar um limiar de estabilidade. Esse limiar é denominado "ponto de bifurcação", esse é um ponto de instabilidade, do qual novas formas de ordem podem emergir espontaneamente, resultando em desenvolvimento e evolução.

Matematicamente, um ponto de bifurcação representa uma dramática mudança de trajetória do sistema no espaço fase. Um novo atrator pode aparecer.

Capra no seu atrator estranho composto de: um pêndulo idealizado sem atrito, oscilando de um lado para outro em perpétuo movimento, exemplo típico da física clássica, onde o atrito é negligenciado. Um pêndulo real sempre terá algum atrito, que provocará sua desaceleração, até que acabe parando. No "espaço de fase", esse movimento é representado por uma curva que se espirala para dentro, em direção ao centro , chama-se essa trajetória de "atrator". O ponto fixo no centro do sistema de coordenadas "atrai" a trajetória. Tipos básicos de atratores: puntiformes, periódicos e estranhos.

Segundo Lorenz, um sistema não-linear pode ter vários atratores, que podem ser de diferentes tipos caóticos ou estranhos e não-caóticos. Todas as trajetórias que começam dentro de uma certa região do espaço de fase levarão, mais cedo ou mais tarde ao mesmo atrator (bacia de atração) desse atrator. Dessa forma, o espaço de fase de um sistema não-linear é repartido entre várias bacias de atração, cada uma delas alojando separadamente seu atrator separado. Dessa forma a análise qualitativa de um sistema dinâmico consiste em identificar os atratores estranhos e as bacias de atração do sistema, e em classificá-los de acordo com suas características topológicas. O resultado é uma figura dinâmica de todo o sistema, denominada "retrato de fase". Para Stephen Smale essa técnica analisa sistemas descritos por um conjunto de equações não-lineares e estuda como esses sistemas se comportam com pequenas alterações de suas equações.

Em alguns sistemas não lineares, pequenas mudanças em certos parâmetros podem produzir mudanças dramáticas nas características básicas do retrato de fase. Atratores podem desaparecer ou converter-se uns nos outros , ou novos atratores podem aparecer. Sistemas instáveis e de pontos críticos de instabilidade são pontos de bifurcação. Matematicamente, pontos de bifurcação marcam mudanças súbitas no retrato de fase do sistema.

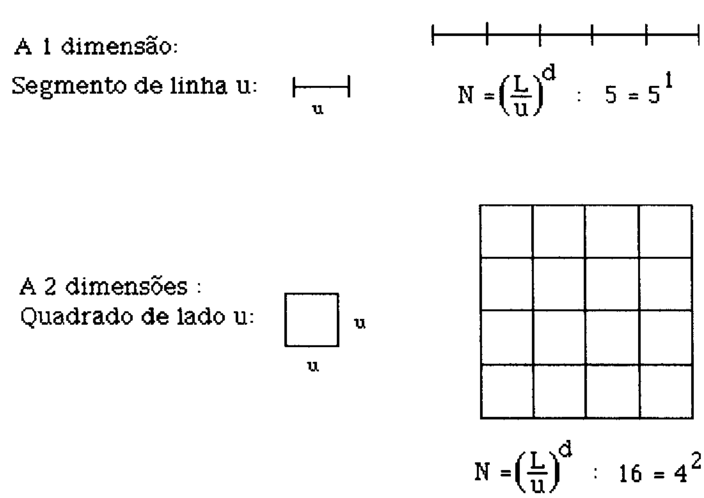
3.2.3 Fractais

A geometria dos fractais, tem raízes no séc. XIX e algumas indicações vem antes disso, na Grécia, Índia, China e outros.

Há mais de dois mil anos, Euclides caminhando pela praia, notou que a areia, vista como um todo, assemelhava-se a uma superfície contínua e uniforme. A areia em seus pés no entanto, era composta de pequenas partes visíveis. Desde então empenhou-se em tentar provar, matematicamente, que todas as formas da natureza podiam ser reduzidas a formas geométricas simples.

De acordo com Mandelbrot, Leiniz em 1849, um dos precursores da aplicação de fractais na compreensão da natureza já dizia: "*Natura non facit saltus*" ou seja "A natureza não dá saltos", e Euclides estava concentrando-se nas formas, deixando de lado um elemento importantíssimo neste tipo de análise: a dimensão, a tarefa ficou difícil e não se chegou ao fractal.

Na década de 60 a 70, é que tomou corpo, e vem se consolidando com o desenvolvimento dos computadores e o auxílio de novas teorias nas áreas da física, biologia, astronomia, matemática e outras. Os fractais foram nomeados não inventados, por Benoît Mandelbrot, ao estudar a geometria de uma ampla variedade de fenômenos naturais irregulares, ele acreditava que certos comportamentos como cotidianos imprevisíveis, como oscilações da bolsa de valores e bugs na comunicação de computadores podiam ser traduzidos em fórmulas matemáticas, e com isso traçar uma representação gráfica do comportamento destes sistemas. Ele levou em conta a idéia de Euclides e acrescentou a ela a dimensão.



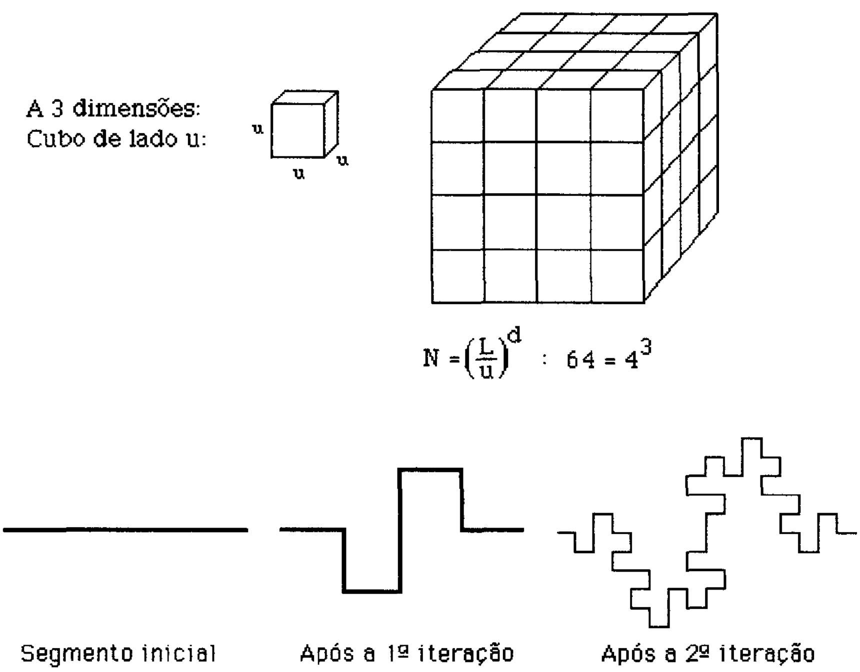


Figura 2 – Auto Semelhança e a Dimensão Fractal.

Em seu livro “The Fractal Geometry of Nature”, Mandelbrot deixou caracterizada a sua descoberta , exercendo influência sobre a nova geração de matemáticos, que estavam desenvolvendo a teoria do caos.” (Capra,1996, p. 133).

Segundo ele os sistemas caóticos possuíam padrões simples de resposta, que além de repetitivos, continham a lógica de que através de uma parte ”fractal”, podia se gerar no todo. E a essa lógica foi dado o nome de auto-semelhança.

“cunhei a palavra fractal que do adjetivo latim *fractus*. O verbo latino frangere significa ‘quebrar’ ou ‘partido’ também significa ‘irregular’.” (Mandelbrot, 1982)

Fonte: http://www.terravista.pt/mussulo/1362/deffractal.htm

Gaston Julia, Pierre Fatou, John Hubbard e Michael Barnsley, começaram a plotar fórmulas matemáticas de expressões com números complexos, obtendo fractais.

Os trabalhos de Mandelbrot, vieram mostrar a nova ordem das micros escalas, geradoras das macros escalas e suas implicações num mundo com uma visão cada vez mais fractal e menos homogêneo.

Barnsley, em seu método chamado "construção global de fractais por meio de sistemas de funções iteradas" ou "jogo do caos", que consistia de um programa de computador gráfico que gerava números aleatórios e para cada valor gerado havia uma regra que tinha sido previamente estipulada, e que com o passar do tempo produzia não um campo aleatório de pontos, mas uma forma que se tornava mais nítida.

Warner & Fry (1990), analisaram fotografias aéreas feitas por máquinas com precisão limitada. A precisão métrica de qualquer máquina é baseada em Geometria Euclidiana, a geometria fractal também deveria ser analisada para determinar a precisão global, isso poderia resolver as distorções hoje encontradas o pequeno formato de pequenas áreas.

Para Sander (1986), uma estrutura fractal não pode ser compreendida por escala semelhante de um círculo ou comprimento de um cubo que servem para definir estas formas. E esta nova teoria faz-se importante na macro resolução nos volumes, áreas ou comprimentos em escalas particulares.

Spadotto (1998), diz :

"a dimensão do fractal é indiscutível", com a intenção de contribuir, desenvolveu uma fórmula para determinar a dimensão fractal e dimensão inteira.

São exemplos de fractais: a curva de Koch, carpete de Sierpinski, Triângulo de Sierpinski, Esponja de Menger.

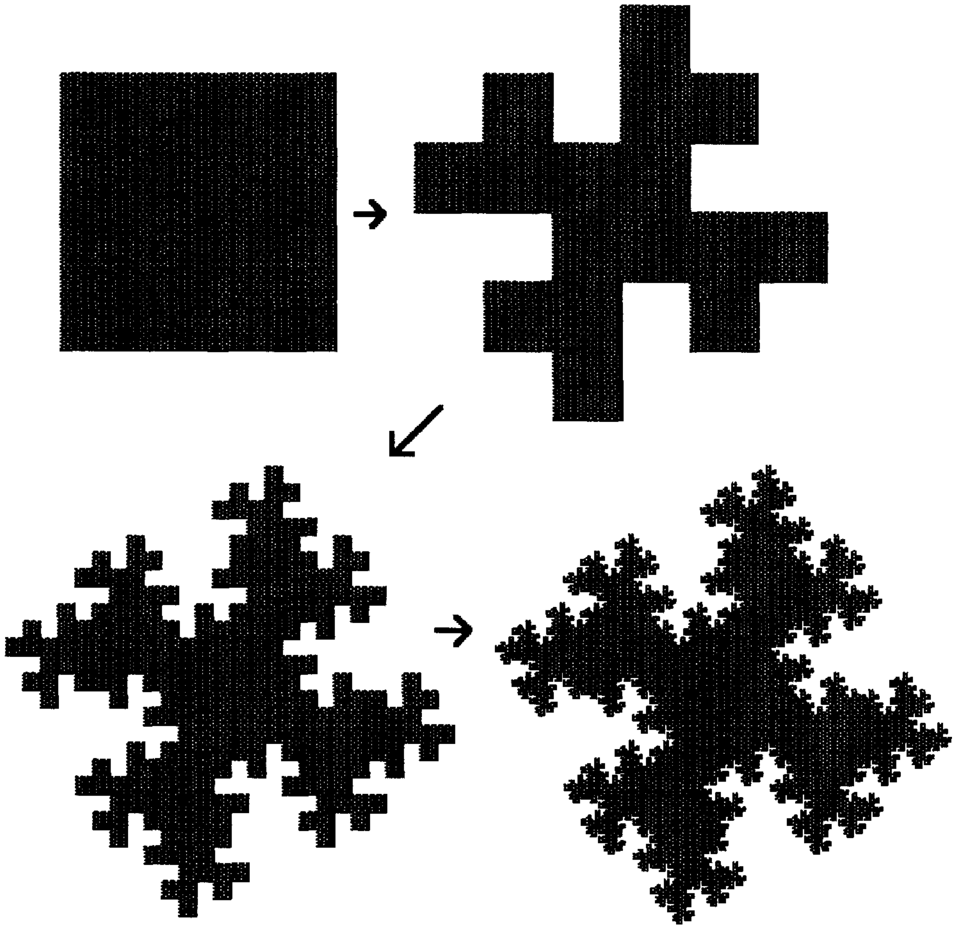


Figura 3 – Um exemplo de um fractal no espaço a 3 dimensões .

Começa-se por um cubo, formado de cubos mais pequenos (como o cubo de Rubik), e retiram-se os cubos do meio das faces e o cubo do centro. Repete-se o processo indefinidamente, obtendo-se um cubo completamente esburacado, com buracos de todos os tamanhos. Trata-se de um fractal de dimensão d_f = log 20 / log 3 = 2,727 (tiram-se 7 cubos aos 27 iniciais, e o factor de escala é 3). O cubo chama-se "esponja de Menger" e cada uma das suas faces é chamada "carpete de Sierpinski" (de dimensão d_f = log 8 / log 3 = 1,893). Podiam dar-se muitos outros exemplos de fractais, todos eles estranhos e maravilhosos. Em cada um a propriedade de auto-semelhança confere-lhe o aspecto característico de fractal.

A fórmula de Spodotto aplicada em fractais exatos como Esponja de Menger, Carpete de Sierpinsky, Triângulo de Sierpinsky, Estrela de Davi, etc, os resultados por ela obtidos são exatos. Ela permite trabalhar com solos, seiva, sangue, secreções, homogeneidade e segregação, excreções, leite, e todo material que pode ser transformado em pó.

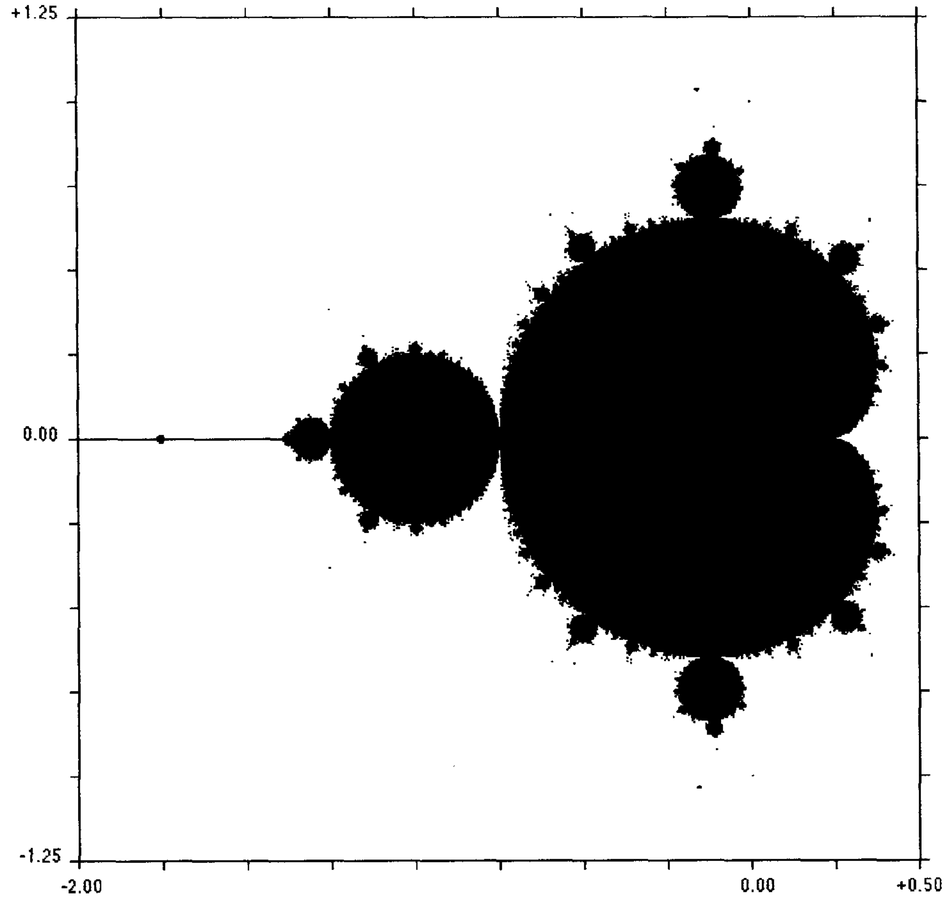


Figura 4 – O conjunto de Mandelbrot ; extraído de Peitgen e Richter(1986)

A fronteira do conjunto de Mandelbrot é ela própria um fractal, já que é auto-semelhante. Vamos ver em seguida como é que o conjunto de Mandelbrot contém em si uma infinidade de fractais.

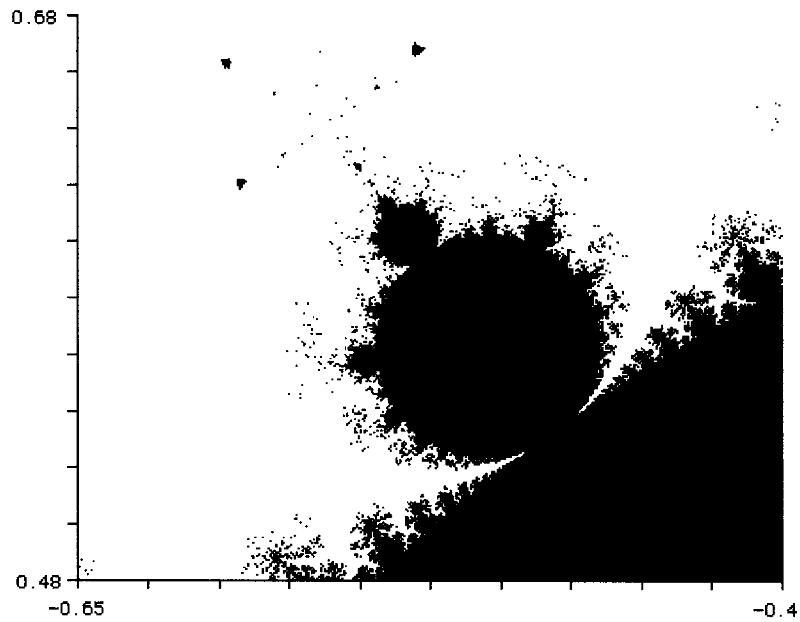


Figura 5 – Exemplo da Formação do Conjunto de Mandelbrot

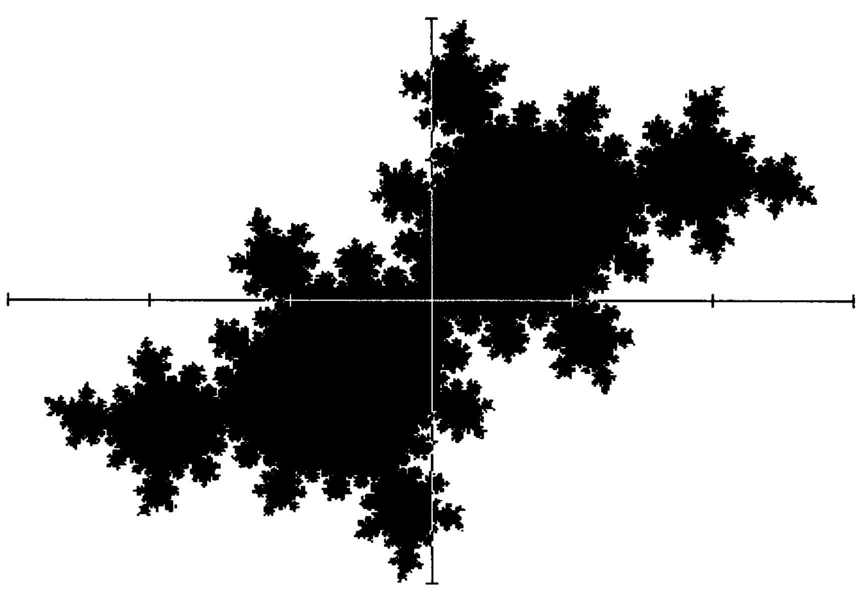


Figura 6 –Exemplo de um dos tipos de conjuntos de Julia

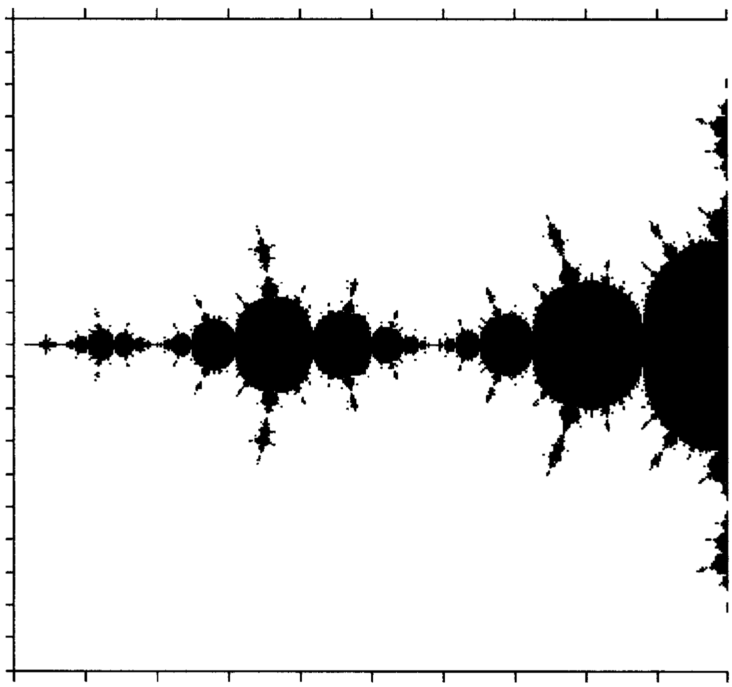


Figura 7 – Exemplo 2 da formação do conjunto de Mandelbrot

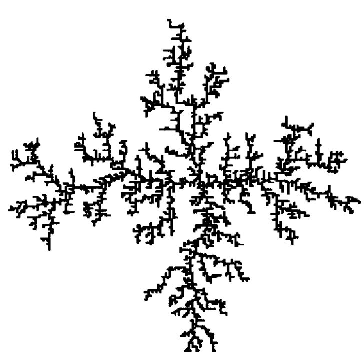


Figura 8 – Árvore

3.3 Teoria dos Conjuntos Infinitos

Galileu e Leibnitz, opinavam que a necessidade de se negar o princípio de que o todo é maior que sua parte, constituía obstáculos à admissibilidade do infinito atual (pp.125).

George Ferdinand Ludwig Philipp Cantor, quem introduziu a teoria dos Conjuntos, teoria essa que:

"dois conjuntos são equivalentes se existir uma correspondência um a um entre seus membros."

Galileu disse: Conjuntos Infinitos formados por números inteiros teria a mesma quantidade de elementos que o formado por números pares, pode associar, a cada número par, o inteiro que corresponde a sua metade.

Cantor, mostrou que a propriedade de Galileu era uma propriedade natural de Conjuntos Infinitos.

"Uma classe infinita é aquela para a qual nós poderíamos estabelecer uma correspondência biunívoca com qualquer subconjunto dela mesmo."

A descoberta de Cantor que:

"era possível estabelecer uma correspondência um a um entre os pontos do plano e os pontos da linha reta."

Pode-se concluir, que em uma corda de violão, que fazemos vibrar, transformando sentimentos em sons, existem o mesmo número de pontos adimensionais que os que constituem o Universo com seus aglomerados estrelares, suas galáxias, sóis e planetas.

A Poeira de Cantor, um número infinito de pontos, de dimensão zero, infinitamente dispersos. O Universo em que vivemos, se continuar a se expandir indefinidamente, poderá ser representado como poeira de estrelas perdida na imensidão.

A poeira de Cantor pode ser obtida por exemplo, a partir de um Conjunto de Júlia, J_c, em que este c representa a função $f(z)= a_1z^2+a_2z+a_3$ que, pode ser demonstrado, e pode ser sempre transformada em uma equação do tipo f(z) =

a_1z^2+c, para valores c com módulos próximos de 1, obtém-se conjuntos J_c cada vez mais fragmentados, uma Poeira de Cantor.

Mandelbrot, a partir da Poeira de Cantor, reformulou, criando a Geometria dos Fractais.

"Os conjuntos de Mandelbrot e de Julia mostram como a matemática pode estar próxima da arte..."

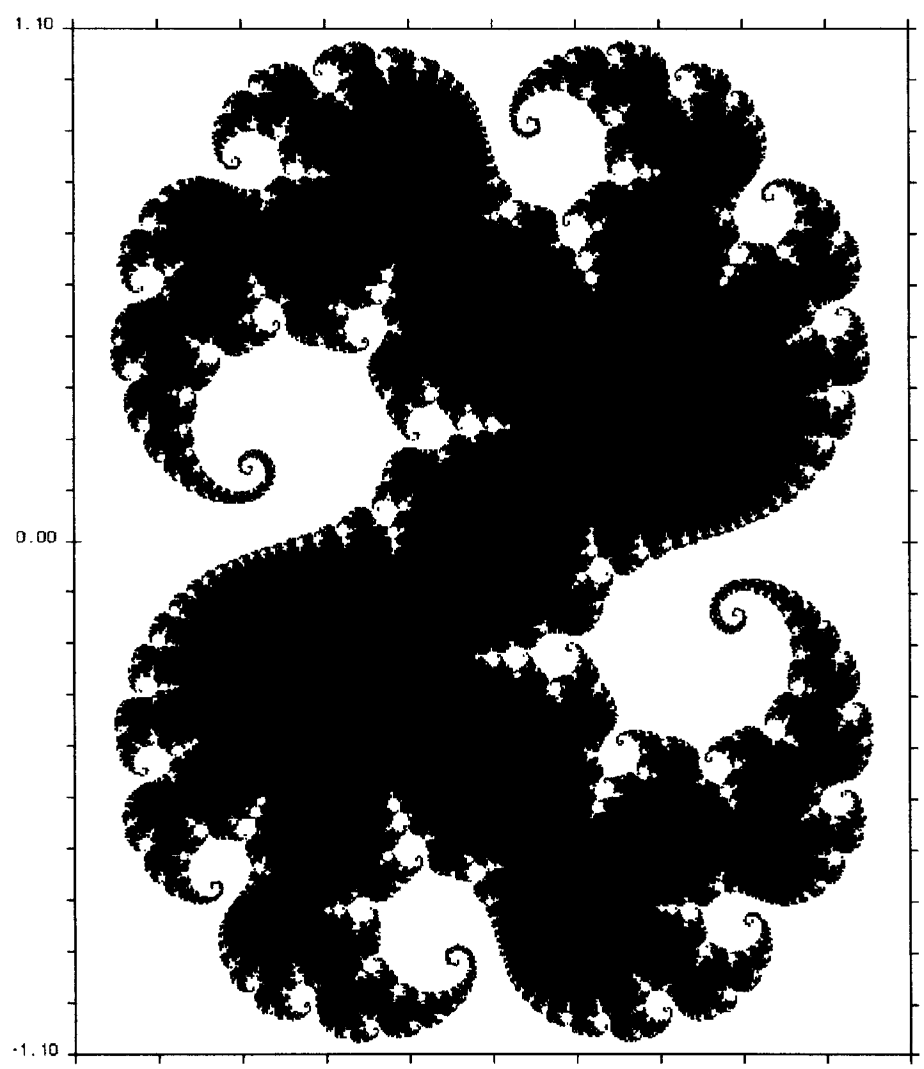


Figura 9 – Conjunto de Júlia.

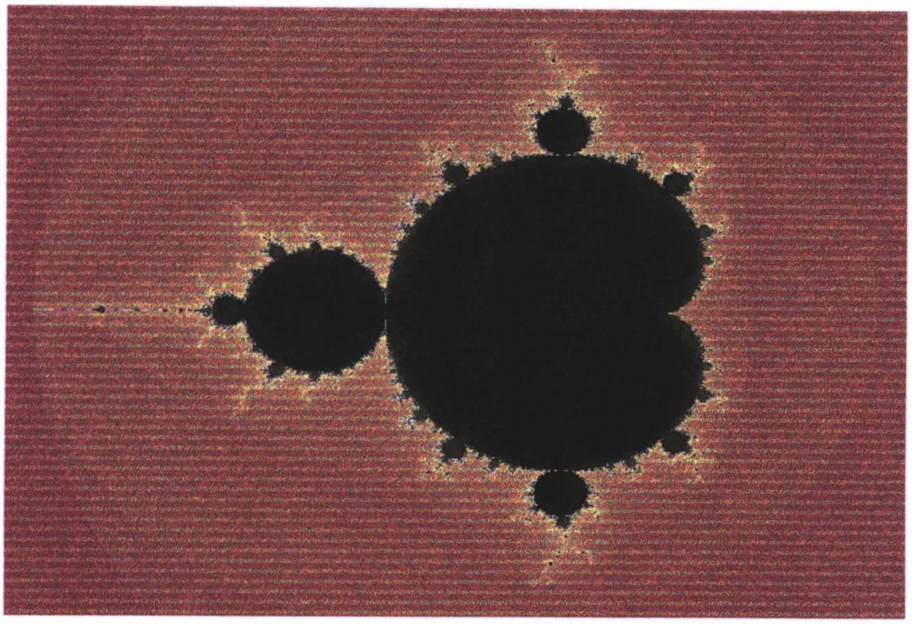


Figura 10 – Fractal Fire 01. gif

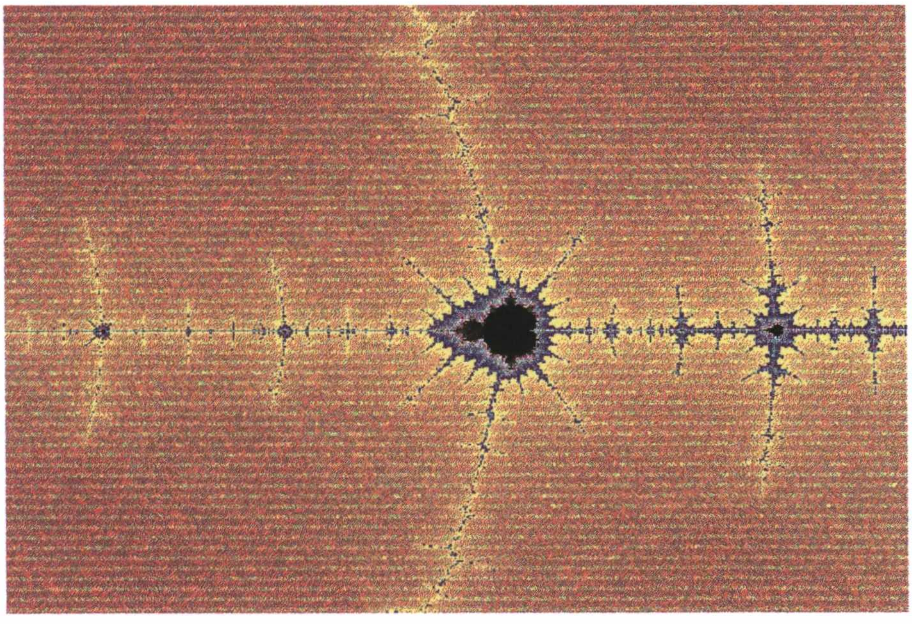


Figura 11 – Fractal 230 -1.gif.

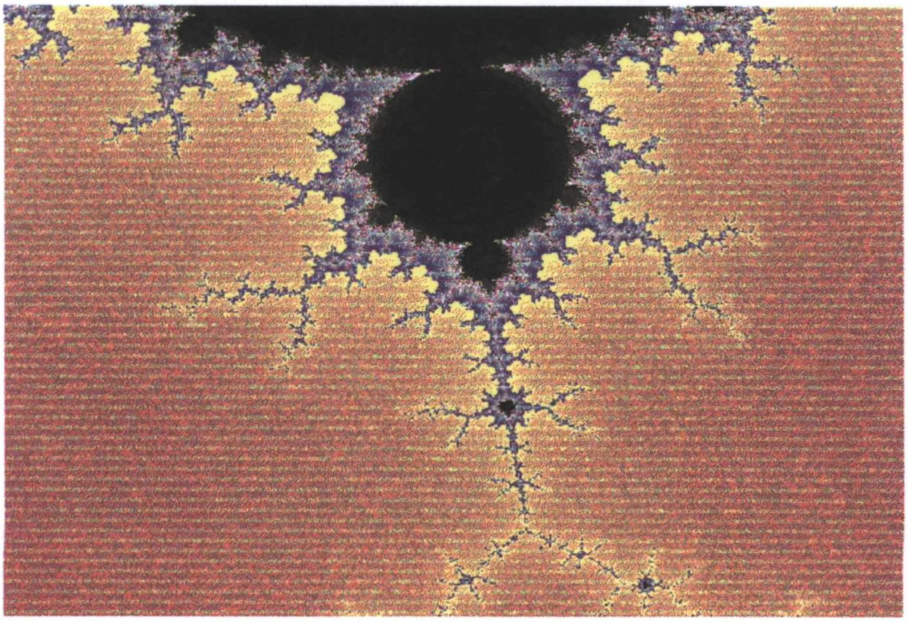


Figura 12- Fractal – 445-0 gif.

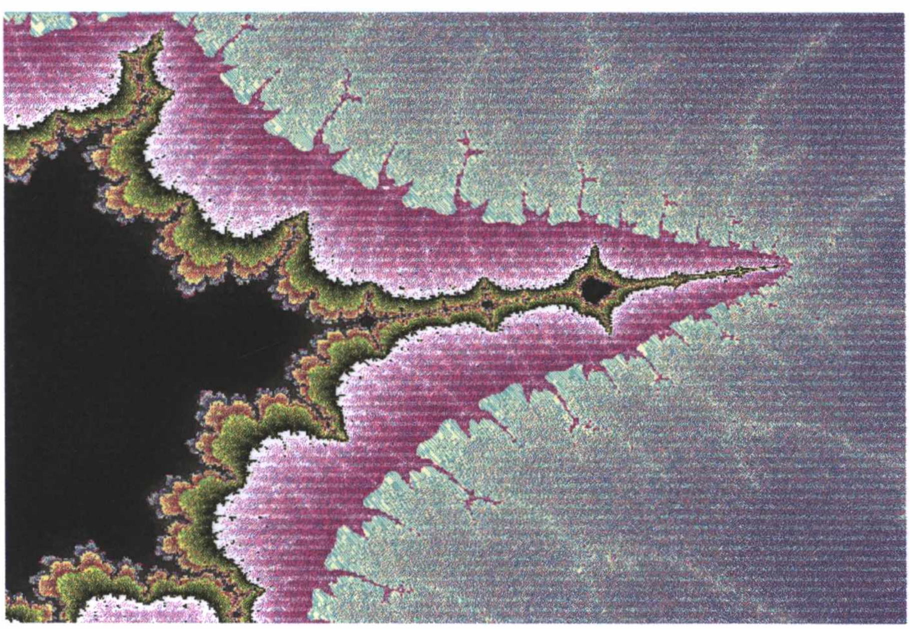


Figura 13 - Fractal –386-3

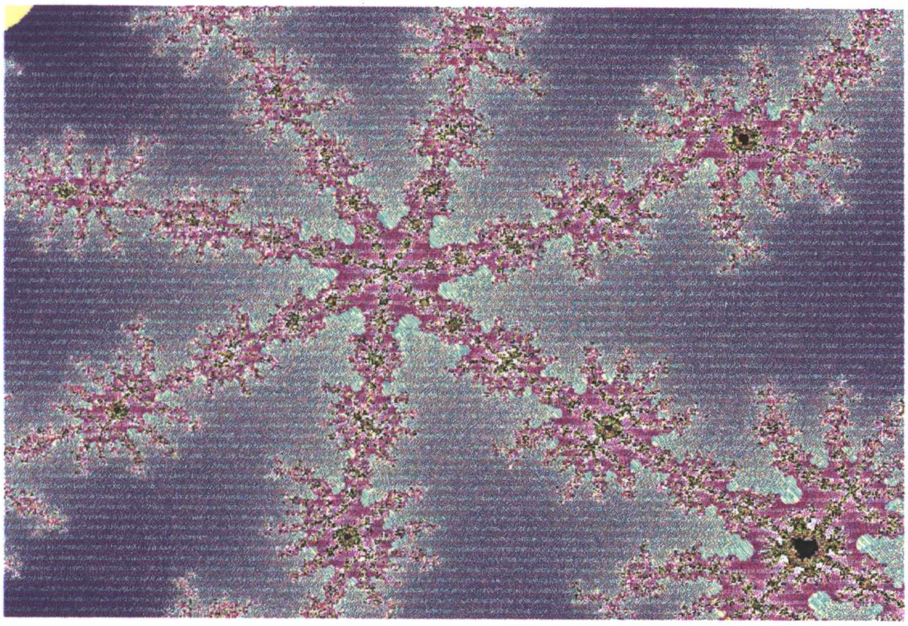


Figura 14 – Fractal – 878-1 . gif

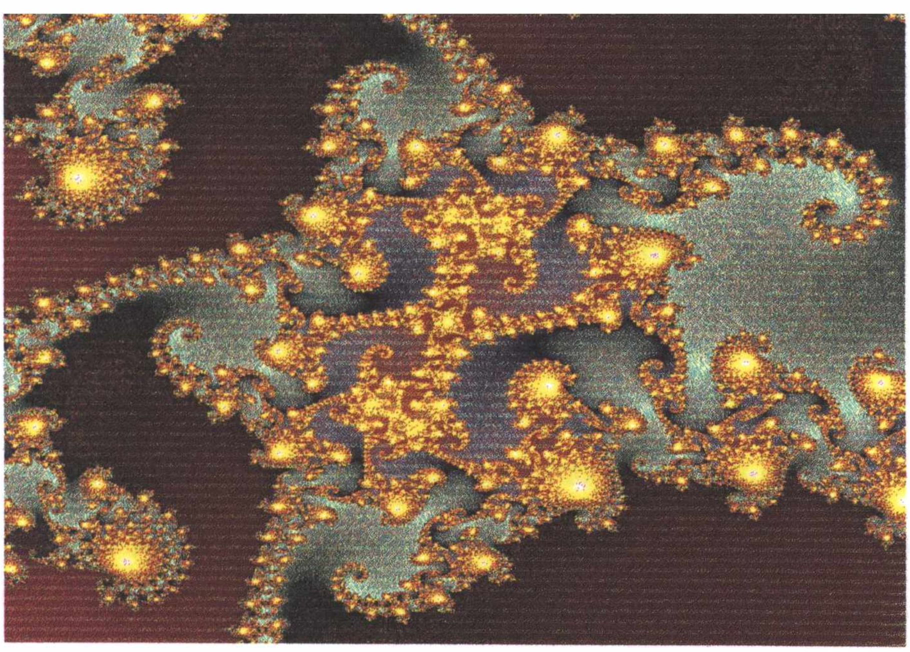


Figura15 - Fractal de Mandelbrot 01.gif

4 ENSINO DE MATEMÁTICA

A matemática é a ciência que busca e estuda os padrões, estruturas e processos abstratos que governam a ordem e trazem simplicidade no mundo natural.

"a matemática não é algo mágico e ameaçadoramente estranho, mas sim um corpo de conhecimento naturalmente desenvolvido por pessoas durante um período de 5000 anos..." (Frank Swetz)

Ensinar a matemática não é uma das tarefas mais fáceis nos dias de hoje, os nossos alunos querem aprender coisas rápidas e sem muito esforço, com o menor grau de aprofundamento possível, quanto mais simples e rápido melhor. E muitos de nós professores acabamos cedendo e tratamos a matemática com superficialidade.

> "ao despir a Matemática das suas longas tradições para a vestir com conjuntos e estruturas, muitos assuntos perderam todo o encanto e atração...Talvez não tenhamos despejado o bebê juntamente com a água da banheira ao retirar às matemáticas o conjunto dos assuntos e dos capítulos mais antigos e menos coerentes, mas perdemos concerteza o sabão:sabemos como é fácil encontrar estudantes que pensam que as matemáticas cheiram mal."

(C. V. Jones,artigo de Jean Paul Guichard,1986)

Fonte: Adaptação do artigo de Jean Paul Guichard a didactique des Mathématiques, Cedic/ Natthan, 1986.

Haja visto que as motivações, os métodos e instrumentos matemáticos disponíveis no passado eram bem diferentes dos de hoje, é difícil querer ensinar matemática reconstruindo-a desde de sua origem ou a partir de fontes primárias. A matemática de hoje é mais fácil do que a do passado, mas devido ao seu caráter abstrato, muitos professores e os próprios livros-texto sentem necessidade de procurar ilustrar a sua aplicação e o material ensinado, mas infelizmente o resultado não é o dos melhores. Muitas são as causas da ineficiência, mas sem dúvida a falta das aplicações verdadeiras e significação é bem relevante.

"Podemos enxergar mais longe e com maior facilidade que nossos antepassados pois estamos sobre seus ombros." (Newton,1760)

Aprender a matemática, sem a perspectiva crítica, a matemática aprendida transforma-se pouco a pouco no seu próprio objeto. Sem a contextualização e separado de sua origem, perde o sentido.

Hoje, o vertiginoso processo de informatização da sociedade coloca a escola como um todo e cada professor em particular, frente a desafios que exigem respostas rápidas e posturas inovadoras, em relação a matemática, a entrada do computador em cena abalou, se não os alicerces da disciplina, pelo menos crenças seculares.

Tanto professores do ensino fundamental e médio sentiram dificuldades, e entraram em atrito com o novo e o velho para adaptar-se ao novo cenário.

E para encontrar caminhos novos exige-se além de conhecimento de tecnologia, domínio da área e conhecimentos específicos que só os próprios matemáticos possuem, cabe a esses profissionais tomar o leme desse percurso e virar o jogo a seu favor.

Assim, o professor de matemática do ensino fundamental e médio enfrenta, dois desafios fundamentais: ensinar temas cada vez mais atuais, cuja aplicação cotidiana é cada vez mais inevitável, e fazê-lo sem desencorajar nem criar falsas idéias às gerações futuras. Professor é preciso avançar na sua formação, para obter respostas a sua ânsia, a sua necessidade de crescimento intelectual e humano que lhe permita responder cada vez mais adequadamente aos desafios de nosso mundo.

4.1 O Ensino de Matemática no Brasil

Procuramos saber como esta a estatística do perfil do aluno brasileiro em matemática, e segundo o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), este órgão fornece um diagnóstico detalhado da Educação Básica em todo o País, oferecendo informações técnicas e gerenciais que permitem monitorar a qualidade, a eqüidade e a efetividade dos sistemas de ensino. Seus resultados permitem, ainda, formular ações voltadas para a melhoria dos indicadores educacionais em escolas particulares e públicas do País e mostra que no Brasil, os alunos de 4ª e 8ª séries do ensino fundamental e da 3ª série do ensino médio, mantém-se em níveis estáveis desde 97, os níveis de desempenho relatam que os alunos sabem e são capazes de fazer.

Atualmente no Brasil há um aumento do número de alunos na Educação Básica, o número de matrículas no ensino fundamental cresceu 5,4% e no ensino médio 21,3%, e a taxa de escolarização líquida indica que 96,1% das crianças entre 7 e 14 anos estão freqüentando o ensino fundamental, o que praticamente garante a universalização do acesso à Educação.

Os alunos são avaliados e o desempenho deles está ordenado de forma crescente e cumulativa. Em matemática existem sete níveis de desempenho de 160 até 475. A 3ª série do ensino médio esta com a média de 280,29 que se encontra no nível que vai de 275 a 325, a 8ª série apresenta a média 246,4 cujo nível vai de 225 a 275. Nos últimos anos, verificou-se queda na matrícula da rede privada, há uma forte municipalização do ensino fundamental, principalmente nas quatro séries iniciais, e uma correspondente estadualização do ensino médio. O grande desafio da Educação Básica no Brasil é desmontar o mito da velha escola pública de qualidade, restrita às elites, e construir a nova escola pública de qualidade, mais democrática e inclusiva, capaz de incorporar de forma competente os historicamente excluídos da vida cidadã, segundo o ministro da Educação, Paulo Renato Souza, de acordo com dados de 28 de novembro de 2000.

Fonte: http://www.inep.gov.br/notícias/news-387.htm.

Os níveis de desempenho em matemática no Brasil é 280,29 (a escala varia de 160 a 475) de 360,4 mil estudantes de 2 145 municípios e de 7 mil escolas públicas e privadas (o teste é feito de dois em dois anos, estes dados são de 1999).

No desempenho de matemática as redes municipais foram as que obtiveram menores quedas nas notas médias.

Há muitos programas do MEC que asseguram a qualidade do ensino (Fundef, Programa Dinheiro Direto na Escola, Programa do Livro didático, Programa de Renda Mínima, e outros...).

A qualificação do professor, isto é, a formação do professor e o grau de escolaridade também aparecem como fatores que interferem no desempenho dos alunos, quanto maior a escolaridade, melhor o desempenho.

4.2 O Ensino de Matemática em Curitiba – Paraná

De acordo com a fonte: IBGE- O Censo Demográfico de 2000, a cidade de Curitiba conta com 1 586 848 habitantes, e uma densidade demográfica de 3 690, 23 hab/km^2. O município de Curitiba conta com 90 952 alunos no ensino fundamental em escolas estaduais, 439 federal, 8.187 municipal e 22.708 particular. No ensino médio 69.892 estadual, 5.075 federal e 21.191 particular.

Fonte: MEC/INEP/SEEC,

Fonte: http://www.inep.gov.br/notícias/news-387.htm

Curitiba nas últimas pesquisas do IBGE- O Censo Demográfico, verificou que 4,38% de crianças na idade escolar esta fora da escola. E a rede que mais atende a educação é a educação infantil e 1ª a 4ª séries. Conta com 136 escolas municipais com computadores, sendo que na rede municipal há 100 mil alunos, 103 escolas estaduais.

Temos 223 escolas particulares no ensino fundamental e médio regular.

Em relação ao ensino da matemática, de um modo geral na escola particular, diríamos que os alunos tem um bom desempenho e até gostam, mas são inseguros. Refletir com independência, interpretar com autonomia situações apresentadas num texto, só é exigido, na escola, em Matemática. Daí a insegurança do aluno quando isso lhe é cobrado.

A escola particular tem investido na cobrança em relação ao professor em atualização e tecnologias dentro da disciplina, em que atua.

De um modo geral os professores pesquisados, trabalham em mais de uma escola, e na atualidade esta sendo cobrado deste profissional cada vez mais, tanto das escolas onde trabalha, da própria sociedade e dos pais de seus alunos, eficiência, criatividade, desempenho, capacidade de se relacionar bem com os seus alunos, e nos resultados em relação aos seus alunos.

Segundo Gunter Pauli, uma das 10 pessoas mais destacadas no mundo e conselheiro especial do reitor da Universidade das Nações Unidas em Tóquio (Japão) e autor do livro a Busca de Novos Paradigmas juntamente com Capra 1996, disse em Curitiba numa entrevista cedida em 28/07/2001, na semana de estudos pedagógicos, promovido pela Secretária de Educação e Prefeitura Municipal, que:

"Educação e a formação de cidadãos dentro de uma visão sistêmica são os caminhos para garantir a qualidade de vida da população futura, Precisamos provocar uma revolução no sistema de ensino. Precisamos formar uma geração de cidadãos com o pensamento voltado ao desenvolvimento social, econômico e sustentável."

Para promover melhoria no ensino na cidade de Curitiba , acontecem muitos seminários, congressos, tanto no nível municipal, estadual e na rede privada.

A Secretaria Municipal de Educação desde 1997, promove a Semana de Estudos Pedagógicos com a intenção de acordo com o secretário Municipal da Educação Paulo Afonso Schimidt : "queremos promover uma mudança no cotidiano das escolas. Para isso, é necessário mudar a visão dps profissionais da educação em relação aos alunos . Por isto precisamos manter os profissionais atualizados e motivados".

Fonte: Agência de Notícias, publicado em : 30/07/2001 ás 15:21.

Para concluir de acordo com a diretora do departamento de Educação da Secretaria, Denise Chella Machado : "Os congressos realizados são oportunidades para troca de informações, capacitação dos nossos professores e divulgação dos programas que atendem com sucesso os alunos municipais". De acordo com ela , Curitiba é referência no ensino público brasileiro.

O professor procura a melhoria no currículo, já que ê uma das exigências para que este profissional tenha um emprego . Este tem buscado melhoria, procurando pós- graduações, mestrado e doutorado. Haja visto o surgimento dos cursos à distância que surgiram nos últimos anos.

Mas ainda estamos no caminho uma vez que é preciso melhoria em todo o sistema educacional o professor é só uma das peças do sistema.

Figura 16 – A Cidade de Curitiba, onde realizamos o nosso trabalho.

5 METODOLOGIA

"Uma teoria só realiza seu papel cognitivo,só ganha vida com o pleno emprego da atividade mental do sujeito. É essa intervenção do sujeito que dá ao termo *método* seu papel indispensável." (Morin, 1998, p.335).

Considerações gerais sobre a metodologia adotada nesse trabalho.

Segundo Martins e Bicudo (1989) a metodologia qualitativa busca uma compreensão particular daquilo que estuda; não se preocupa com generalizações, princípios e leis. O foco da sua atenção é centralizado no específico, no peculiar, buscando mais a compreensão do que a explicação dos fenômenos estudados. Para Minayo & Sanches (1993) comentam que uma pesquisa ser qualitativa pode gerar questões para serem aprofundadas quantativamente e vice-versa.

Os métodos qualitativos produzem explicações contextuais para um pequeno número de casos, com uma ênfase no significado – mais que na freqüência – do fenômeno. O foco é centralizado no específico, no peculiar, almejando sempre a compreensão do fenômeno estudado. (Shmerling,Shattner & Piterman, 1993). As técnicas qualitativas podem proporcionar a oportunidade das pessoas revelarem seus sentimentos a complexidade e intensidade dos mesmos (Spencer, 1993). Os métodos de investigação mostram que os investigadores estão preocupados com as crenças, motivações e ações das pessoas, organizações e instituições (Holman,1993). Os métodos podem ser entrevistas, observação e análise de material escrito. Para (Celeri, 1997) a pesquisa qualitativa busca compreensão e significado e não evidências.

"Em resumo a metodologia além de ser uma disciplina que estuda os métodos, a metodologia é também considerada como modo de conduzir a pesquisa." (Thillent, 2000, p. 25).

Nesse sentido a metodologia pode ser vista como conhecimento geral e habilidade que são necessários ao pesquisador para se orientar no processo de investigação, tomar decisões oportunas selecionar conceitos, hipóteses, técnicas e dados adequados. (Thiollent, 2000, p. 25).

De acordo com Descartes : "Método, é a arte de guiar a razão das ciências."

Para atingir os objetivos da pesquisa, fizemos um levantamento dos temas que aqui abordaremos, procuramos aprofundar o estudo por meio de livros, Internet, entrevistas, artigos, etc. Em seguida aplicamos um questionário para analisar o quanto professores de matemática do ensino fundamental e médio regular atuando em escolas particulares da cidade de Curitiba, conhecem e qual o nível de importância que dão aos temas que sustentam nossa pesquisa.

"Todos nos sentimos melhores quando nos movemos da parte analítica para a parte analógica do espectro das experiências." (Davis & Hersh, 1986 p.183).

5.1 Desenvolvimento da Metodologia

O público alvo de nossa pesquisa, são professores de matemática do ensino fundamental e médio regular das 223 escolas particulares de Curitiba, sendo que dessas 69 ofertam apenas ensino médio. E esses docentes podem atuar em mais de um estabelecimento.

Com o objetivo de saber sobre a opinião do tema de nossa pesquisa "A Matemática da Complexidade" e o seu grau de relevância, e o conhecimento do mesmo por parte dos professores entrevistados, aplicamos um questionário, do qual vamos tirar algumas conclusões, no próximo capítulo. Os dados obtidos foram só de questionários respondidos por completo e com a identificação dos dados pessoais do entrevistado.

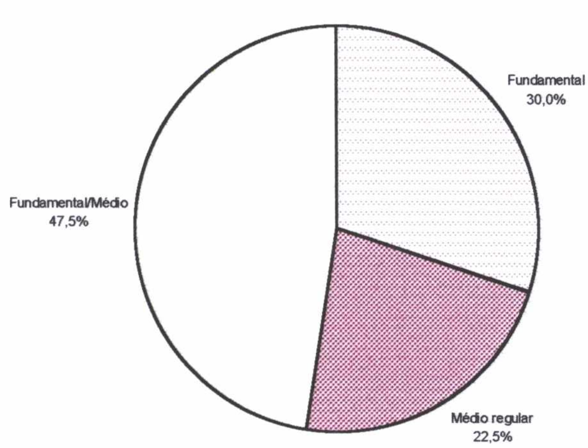
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A pesquisa demonstrou que os professores de matemática que trabalham nas escolas particulares de Curitiba, pesquisadas, indicaram que os professores normalmente trabalham em mais de uma escola e que 47,5%, dão aulas no ensino fundamental e médio regular, 30% só no ensino fundamental e 22,5% só no ensino médio.

Tabela 1 – Nível em que o Professor Leciona.

Nível	freqüência	%
Fundamental	12	30
Médio regular	9	22,5
Fundamental / médio	19	47,5
Total	**40**	**100**

Gráfico1 – Nível em que o professor Leciona

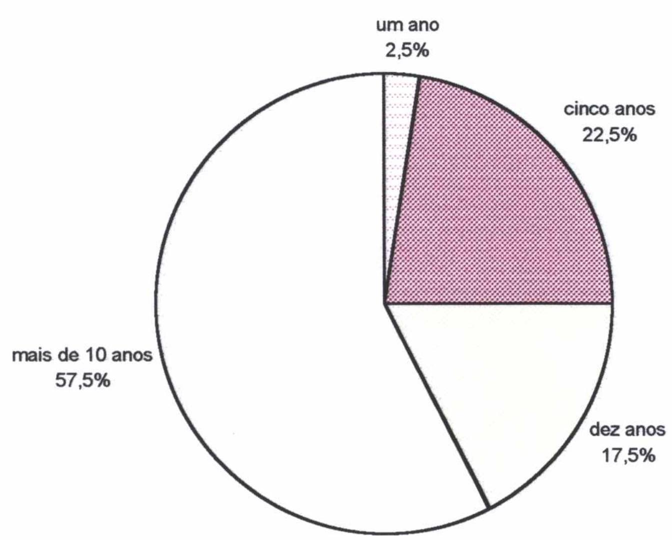


Dos professores pesquisados, 57,5% trabalham a mais de 10 anos como professores de matemática; 17,5% dez anos e 22,5%, cinco anos.

Tabela 2 – Tempo em que o Professor Leciona Matemática.

Nível	freqüência	%
um ano	1	2,5
1---- 5	9	22,5
6---- 10	7	17,5
mais de 10 anos	23	57,5
Total	**40**	**100**

Gráfico 2 – Tempo em que o Professor Leciona Matemática.



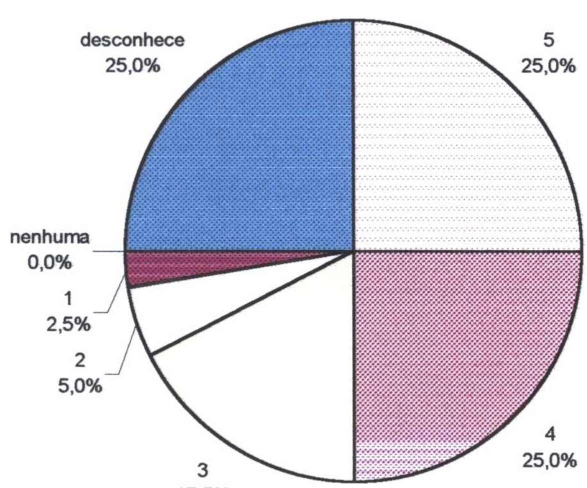
Os dados seguintes foram respondidos numa escala de importância de nível 5, 4, 3, 2, 1, desconhece e não tem importância.

Perguntamos aos professores, qual o nível de importância e o conhecimento da Matemática da Complexidade a resposta teve uma divisão interessante 25% atribuíram nível 5 e 25% nível 4, 17,5% nível 3 e 25% desconhecem. Percebe-se os extremos ¼ atribuem que conhecem e acham relevante e ¼ desconhecem.

Tabela 3 – Importância da Matemática da Complexidade.

Nível	freqüência	%
5	10	25
4	10	25
3	7	17,5
2	2	5
1	1	2,5
nenhuma	0	0
desconhece	10	25
Total	**40**	**100**

Gráfico 3 – Importância da Matemática da Complexidade.



Em relação ao conhecimento e importância da Geometria Fractal, a resposta foi 27,5% nível 5, 15% nível 4, 30% nível 3 e 10% desconhecem. Lembrando, A geometria Fractal segundo Mandelbrot::

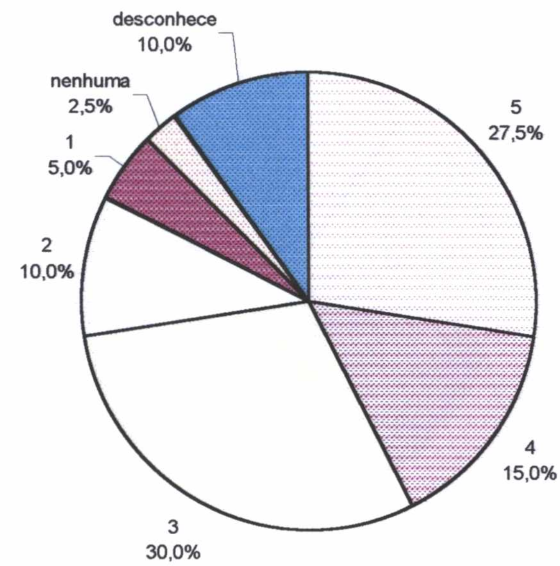
"A maior parte da natureza é muito, muito complicada. Como se poderia descrever uma nuvem? Uma nuvem não é uma esfera. ...É como uma bola, porém muito irregular. Uma montanha? Uma montanha não é cone. ...Se você quer falar de nuvens, de montanhas, de rios, de relâmpagos, a linguagem aprendida na escola é inadequada."(Capra,1996, p.118).

"Uma linguagem para falar de nuvens _ para descrever e para analisar a complexidade das formas irregulares no mundo natural que nos cerca." (Capra,1996, p.118)

Tabela 4 – Importância do Fractal.

Nível	freqüência	%
5	11	27,5
4	6	15
3	12	30
2	4	10
1	2	5
nenhuma	1	2,5
desconhece	4	10
Total	**40**	**100**

Gráfico 4 – Importância do Fractal.



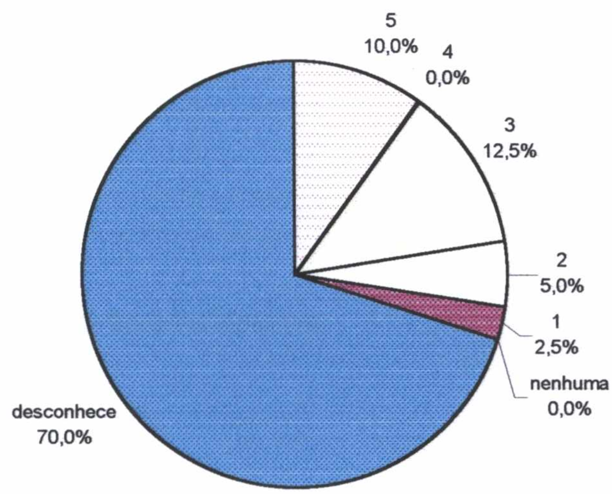
Falamos dos Atratores Estranhos, perguntamos aos mesmos a resposta obtida, atribuirão 10% nível 5 , 12,5% nível 3 e 70% desconhecem.

Segundo Capra: "O comportamento caótico é determinista e padronizado, os atratores nos permitem transformar os dados aparentemente aleatórios em formas visíveis distintas." "A propriedade fundamental do atrator estranho é a estabilidade."

Tabela 5 – Importância dos Atratores Estranhos.

Nível	freqüência	%
5	4	10
4	0	0
3	5	12,5
2	2	5
1	1	2,5
nenhuma	0	0
desconhece	28	70
Total	**40**	**100**

Gráfico 5 – Importância dos Atratores Estranhos.



A importância do "Padrão" e "Autopoiese", 12,5 nível 5 ; 27,5% nível 3 e 42,5% desconhecem.

Segundo Capra:

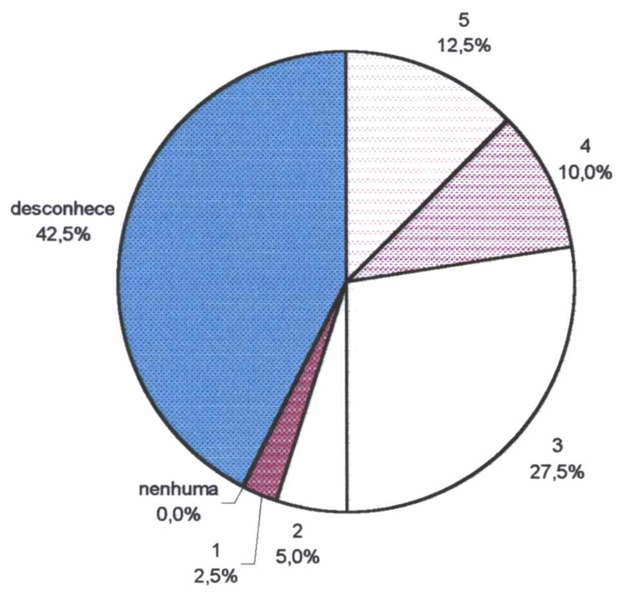
"Existem alguma coisa a mais na vida, alguma coisa não material e irredutível, um padrão de organização." "Os padrões não podem ser medidos, nem pesados, devem ser mapeados."

"A estrutura envolve quantidades, o padrão envolve qualidade."

Tabela 6 – Importância do Padrão e Autopoiese.

Nível	freqüência	%
5	5	12,5
4	4	10
3	11	27,5
2	2	5
1	1	2,5
nenhuma	0	0
desconhece	17	42,5
Total	**40**	**100**

Gráfico 6 – Importância do Padrão e Autopoiese.



Em relação a Teoria da complexidade 22,5% atribuirão nível 5; 25% nível 4; 30% nível 3 e 7,5% desconhecem.

Segundo Edgar Morin:

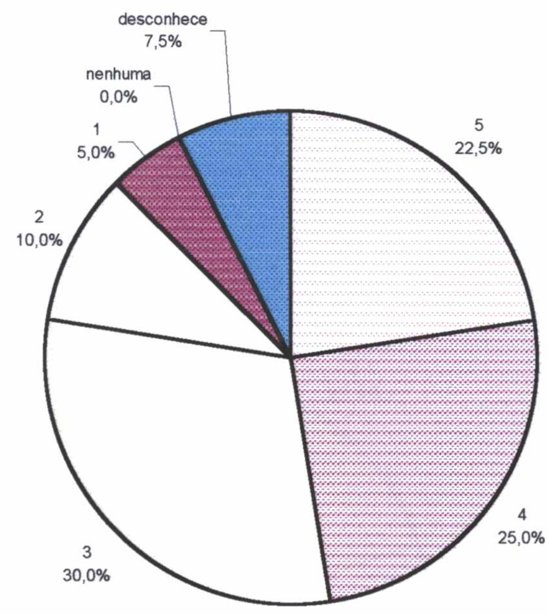
“A complexidade presta conta das articulações despedaçadas pelos cortes entre disciplinas, entre categorias cognitivas e entre tipos de conhecimento. A aspiração à complexidade tende para o conhecimento multidimensional. Ela não quer dar todas as afirmações sobre um fenômeno estudado, mas respeitar suas diversas dimensões."(Morin,1998, p.176).

"Eu sou convencido que as nações e pessoas que dominam a ciência nova de complexidade vão se tornar o econômico, cultural, e político superpowers do próximo século." (Pagels Heinz)

Tabela 7 – Importância da Complexidade.

Nível	freqüência	%
5	9	22,5
4	10	25
3	12	30
2	4	10
1	2	5
nenhuma	0	0
desconhece	3	7,5
Total	**40**	**100**

Gráfico 7 – Importância da Complexidade.



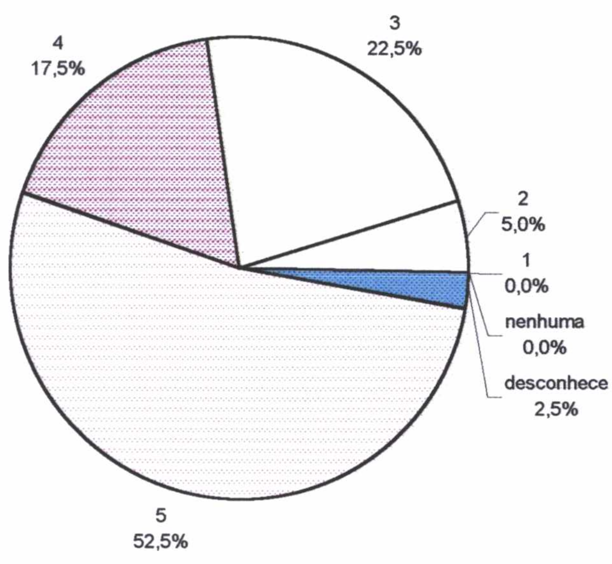
Quando perguntamos sobre a importância da "Mudança de Paradigma", este é o principal motivo da existência desse trabalho, o resultado obtido foi 52,5% atribuirão nível 5; 17,5% nível 4 e 22,5% nível 3. Pelas respostas obtidas percebemos o trabalho das escolas particulares tentando melhorar na qualidade do seu corpo docente, tentando quebrar a resistência.

Uma mudança, uma complexidade e uma desordem são aspectos determinantes da natureza e das sociedades humanas dos nossos dias e não fim deste século.

Tabela 8 – Mudança de Paradigma.

Nível	freqüência	%
5	21	52,5
4	7	17,5
3	9	22,5
2	2	5
1	0	0
nenhuma	0	0
desconhece	1	2,5
Total	**40**	**100**

Gráfico 8 – Mudança de Paradigma.



A opinião dos professores, quanto aos alunos de um modo geral se usam da criatividade, ao trabalhar com situações problemas, segundo eles 15% nível 5; 20% nível 4; 32,5% nível 3 e 5% desconhecem.

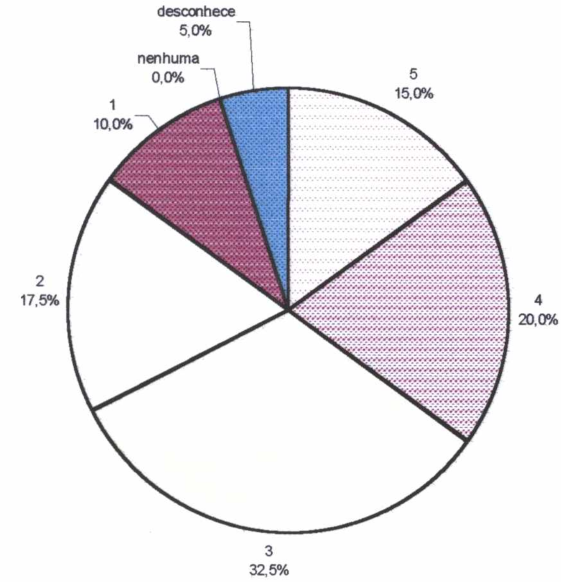
A Matemática entra no processo enquanto se relaciona com a sociedade, com a sua história e a sua tecnologia.

"Os recentes avanços nas teorias de aprendizagem,resultantes do estudo das modernas teorias cognitivas e da relação corpo-mente, e pelo aparecimento de novas tecnologias aplicadas à educação, bem como os progressos recentes da matemática e das demais ciências, num relacionamento cada vez mais intimo, provocam profunda alterações das Ciências e da Matemática." (D'Ambrósio,1988).

Tabela 9 – Os alunos de um Modo Geral Usam a Criatividade em Situações-Problemas.

Nível	freqüência	%
5	6	15
4	8	20
3	13	32,5
2	7	17,5
1	4	10
nenhuma	0	0
desconhece	2	5
Total	**40**	**100**

Gráfico 9 – Os alunos de um Modo Geral Usam a Criatividade em Situações-Problemas.



A teoria do Caos segundo May:

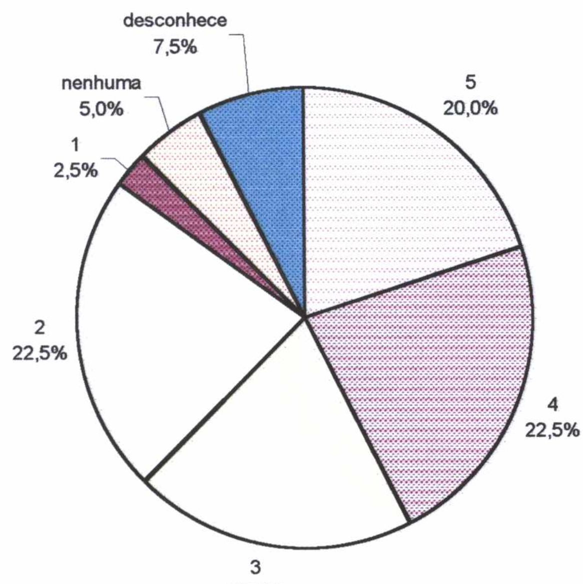
"O coração do Caos é matematicamente acessível."(Gleick,1990,p.75).

Não só na pesquisa, mas também no mundo cotidiano, da política e da economia, estaríamos todos melhores se um maior número de pessoas compreendesse que os sistemas não lineares simples não dispõem necessariamente de propriedades dinâmicas simples.

Tabela 10 – Teoria do Caos.

Nível	Freqüência	%
5	8	20
4	9	22,5
3	8	20
2	9	22,5
1	1	2,5
nenhuma	2	5
desconhece	3	7,5
Total	**40**	**100**

Gráfico 10 – Teoria do Caos.

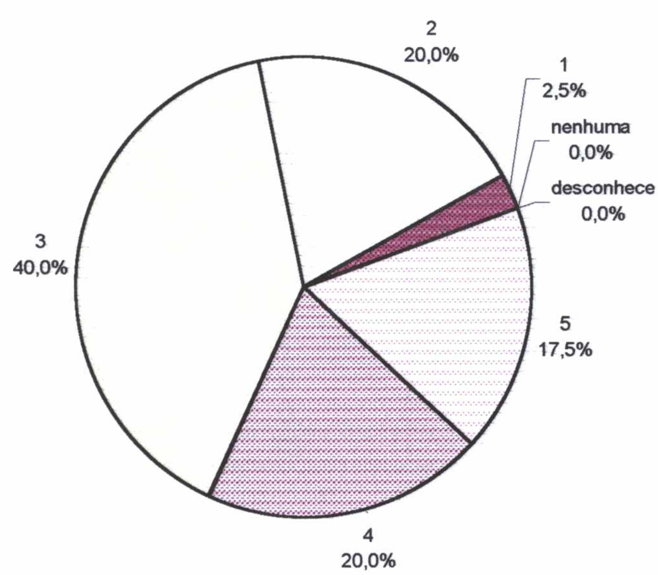


A matemática na forma que é trabalhada nos dias de hoje, contribui para a "criatividade", e em que nível, 17,5% atribuirão nível 5; 20% nível 4; 40% nível 3 e 20% nível 2.

Tabela 11 – A Matemática como é Trabalhada Nos dias de Hoje, contribui para a Criatividade.

Nível	freqüência	%
5	7	17,5
4	8	20
3	16	40
2	8	20
1	1	2,5
nenhuma	0	0
desconhece	0	0
Total	**40**	**100**

Gráfico 11 – A Matemática como é Trabalhada Nos dias de Hoje, Contribui para a Criatividade.



E em relação ao professor de matemática em que nível de importância ele usa da criatividade em suas aulas no dia-a-dia, 15% atribuirão nível 5; 27,5% nível 4; 35% nível 3; 20% nível 2.

Percebemos que o professor ainda continua com suas aulas expositivas sem grandes mudanças nas metodologias. O que certamente num mundo com tantas coisas interessantes para o educando. Extrair dele atenção e gosto pelo aprender nessa situação torna-se quase impossível.

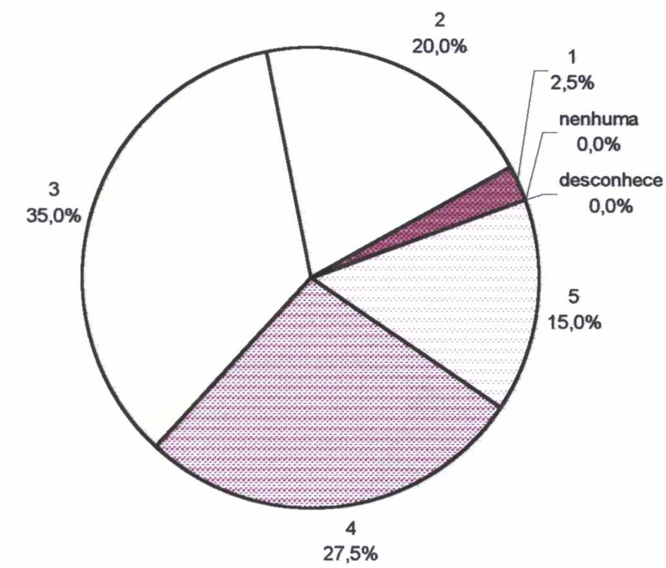
"Conjuntos de idéias estimulantes atraem inevitavelmente pessoas interessantes e projetam novos saberes de modo criativo e inovador." (Gell-Mann Murray)

"Ciências da complexidade constituem atualmente campos de sonhos, espaços privilegiados para incentivar uma interdisciplinaridade e uma multidisciplinaridade e para permitir linhas de fuga, onde se projetem pontes entre várias ilhas das ciências." (Murray)

Tabela 12 – O Professor usa em que nível a Criatividade em suas aulas no dia-a-dia.

Nível	freqüência	%
5	6	15
4	11	27,5
3	14	35
2	8	20
1	1	2,5
nenhuma	0	0
desconhece	0	0
Total	**40**	**100**

Gráfico 12 – O Professor usa em que nível a Criatividade em suas aulas no dia-a-dia.



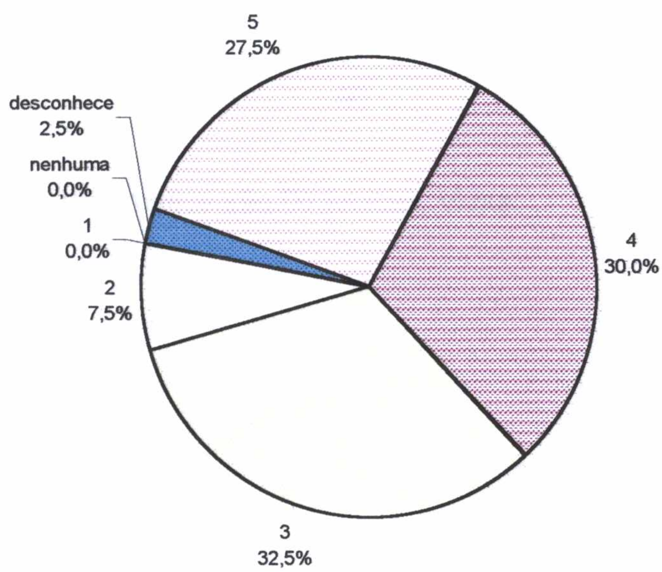
Quanto ao professor como ele aceita as diferentes formas em que seu aluno sistematiza seus exercícios, quando este determina um algoritmo, segundo suas respostas, 27,5% nível 5; 30% nível 4; 32,5% nível 3.

A matemática não é puramente construída por certezas absolutas.

Tabela 13 – O professor de Matemática aceita em que nível as diferentes formas em que o seu aluno resolve os exercícios de matemática Propostos.

Nível	freqüência	%
5	11	27,5
4	12	30
3	13	32,5
2	3	7,5
1	0	0
nenhuma	0	0
desconhece	1	2,5
Total	**40**	**100**

Gráfico 13 – O professor de Matemática aceita em que nível as diferentes formas em que o seu aluno resolve os exercícios de matemática Propostos.



As aulas de matemática são "vivas", "dinâmicas" segundo os professores, 30% atribuirão nível 5, 12,5% nível 4; 30% nível 3 e 22,5% nível 2.

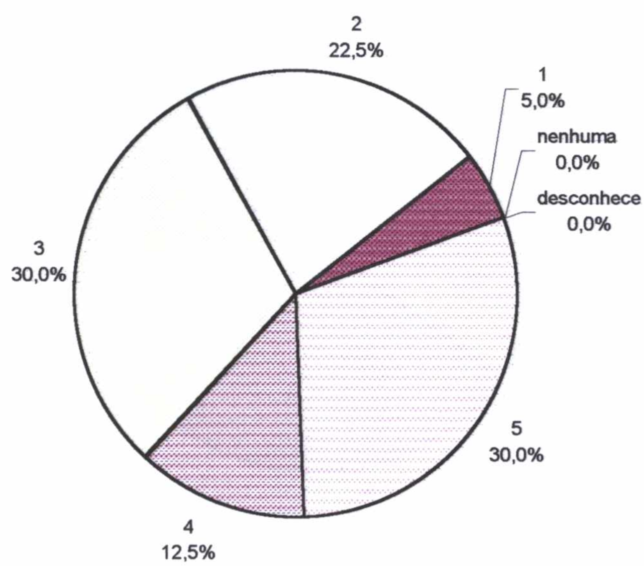
Como vimos acima, se não ousarmos , não há mudanças.

"A prática de ensino em geral é uma ação pedagógica que visa o aprimoramento, mediante uma multiplicidade de enfoques, da ação educativa exercida no sistema educacional de maneira mais direta e característica, qual seja a forma por excelência dessa ação, isto é, o trabalho na sala de aula." (D'Ambrósio)

Tabela 14 – As aulas de Matemática são Dinâmicas, Vivas.

Nível	freqüência	%
5	12	30
4	5	12,5
3	12	30
2	9	22,5
1	2	5
nenhuma	0	0
desconhece	0	0
Total	**40**	**100**

Gráfico 14 – As aulas de Matemática são Dinâmicas, Vivas.

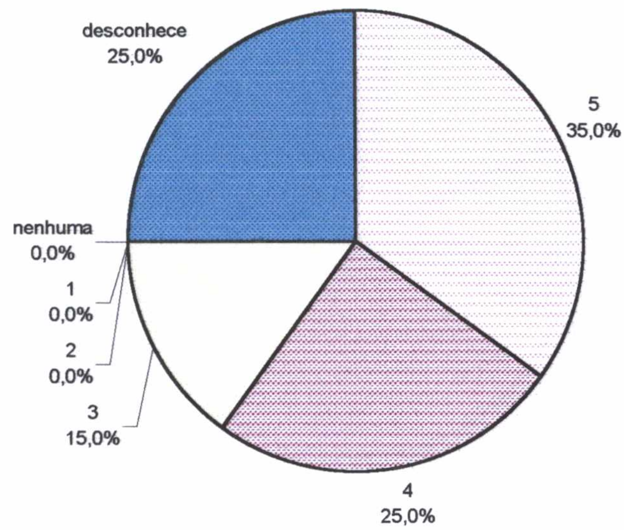


Para a Matemática, qual o nível de importância dos nomes: Cantor, Mandelbrot e Henri Poincaré, suas respostas foram: 35% nível 5; 25% nível 4; 15% nível 3 e 25% desconhecem.

Tabela 15 – Importância na Matemática dos nomes: Cantor, Mandelbrot e Henri Poincaré.

Nível	freqüência	%
5	14	35
4	10	25
3	6	15
2	0	0
1	0	0
nenhuma	0	0
desconhece	10	25
Total	**40**	**100**

Gráfico 15 – Importância na Matemática de: Cantor, Mandelbrot e Henri Poincaré.



Perguntamos a opinião sobre a importância do parágrafo:

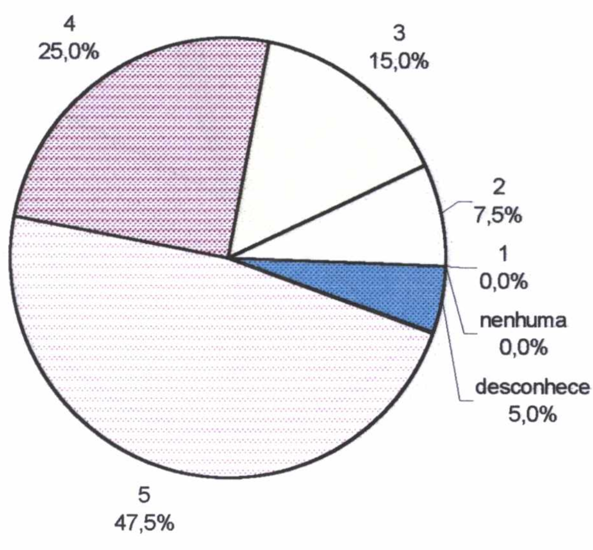
"Através da geometria dos fractais, a matemática consegue descrever formas naturais e artificiais, esclarecendo questões dentro das ciências e tornando a visualização um elemento de descoberta."

A resposta foi 47,5% nível 5; 25% nível 4 ; 15% nível 3.

Tabela 16 – Importância do parágrafo: Sobre Fractais para a Humanidade.

Nível	freqüência	%
5	19	47,5
4	10	25
3	6	15
2	3	7,5
1	0	0
nenhuma	0	0
desconhece	2	5
Total	**40**	**100**

Gráfico 16 – Importância do parágrafo: Sobre Fractais para a Humanidade.



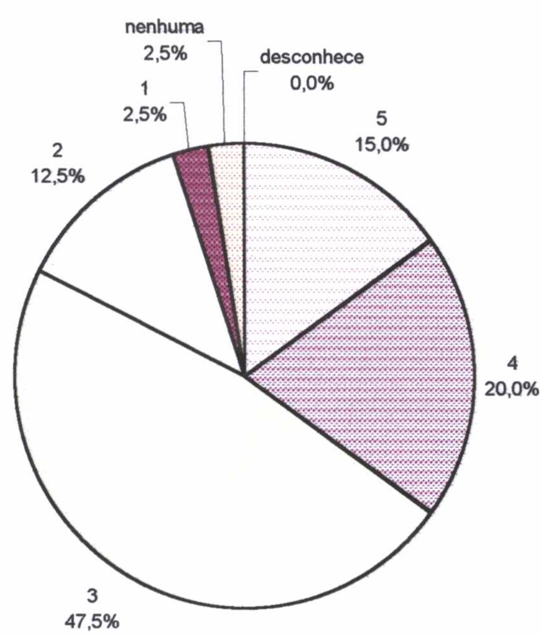
A última pergunta refere-se: ao nível de importância que o professor de matemática tem investido nas mudanças de paradigmas, no seu trabalho no dia-a-dia.

De acordo com eles 15% nível 5; 20% nível 4; 14,5% nível 3 e 12, 5 nível 2.

Tabela 17 – O Professor de Matemática tem investido na Mudança de Paradigmas.

Nível	freqüência	%
5	6	15
4	8	20
3	19	47,5
2	5	12,5
1	1	2,5
nenhuma	1	2,5
desconhece	0	0
Total	**40**	**100**

Gráfico 17 – O Professor de Matemática tem investido na Mudança de Paradigmas.



O que marcaria a modernidade educativa seria a didática do aprender a aprender, ou do saber pensar, englobando, num todo só, a necessidade de apropriação do conhecimento disponível e seu manejo criativo e critico. A primeira necessidade é da ordem dos insumos instrumentais, enquanto a segunda perfaz mais propriamente o desafio humano da qualidade. A competência que a escola deve consolidar e sempre renovar é aquela fundada na propriedade do conhecimento como instrumento mais eficaz da emancipação das pessoas e

> da sociedade. Neste contexto, mera transmissão é pouco, embora como insumo seja indispensável. Em termos emancipatórios, competência jamais coincidiria com cópia, reprodução, imitação. Torna-se essencial construir atitude positiva construtiva, critica e criativa , típica do aprender a aprender. (Demo,1992, p.25).

O avanço se agiganta e torna-se inevitável. A educação necessita urgente de abrir espaços para novas perspectivas. A proposição metodológica do aprender a aprender envolve mais do que vontade de usar um meio novo para ensinar, ela propõe que alunos e professores passem a ter produção própria que sejam criativos e inovadores.

7 CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Não é muito fácil dar por concluído um trabalho principalmente quando se propõe mudanças de paradigmas. O que tentamos fazer foi abrir portas para futuros trabalhos.

"A sabedoria impõe-lhe o selo da verdade:

Conquista a existência e a liberdade.

Somente quem todo dia a reconquista."

(Fausto, de Goethe)

Procuramos desmistificar a matemática mostrando que ela é obra humana, feita por homens, em evolução constante e que sua essência esta na sua liberdade.

"A liberdade do homem não é uma liberdade de condicionamentos, biológicos, psicológicos e sociológicos. Não é liberdade de algo, mas sim liberdade para algo: liberdade para tomar uma posição frente a todos esses condicionamentos. Se o homem és infinitamente mais importante do que um animal é precisamente porque és livre." (Viktor E. Frankl)

E que é possível vislumbrar novos caminhos, quando tiramos as vendas de nossos olhos, nos aprofundamos na pesquisa, aumentamos a nossa autonomia, conseguimos tirar o bolor de nossa mente, adquirimos um leque de possibilidades (mudança). Compreendemos que a matemática e o fazer matemática é visualizar múltiplas facetas e estabelecer relações entre as grandezas significativas (fractal).

De acordo com a nossa pesquisa é preciso,dar autonomia para nossos alunos, mas para isso nós professores temos que estar em constante atualização.

“Se tomamos homens como são, os fazemos piores. Mas se os tomamos como devem ser, nós os convertemos naquilo que podem ser.” (Goethe)

Ainda muitos professores estão trabalhando com a matemática sem muita criatividade e da mesma forma sempre. É preciso lembrar que educar é muito mais que instruir, mas é proporcionar meios para que o educando descubra o tesouro escondido em si, e que é um processo existencial.

Introduzir inovações que busquem qualidade e atendam as exigências do mundo moderno demandam modificações radicais.

“Mais que ver muita coisa pela via da aula e sua cópia deve tomar temas e aprofundá-los, exercitar aplicações do conhecimento, ensaiar deduções e induções. Elaborar criativamente, argumentar com propriedade, pesquisar sistematicamente. Despertar interesse científico é desafio primordial para o professor, a escola e o sistema como tal.” (Demo,1994)

É preciso que trabalhemos criticamente na busca de soluções a determinados problemas; e que desenvolvamos relações entre a matemática e os outros campos do conhecimento (complexidade e caos).

A matemática não deve ser entendida como mero manuseio de técnicas, habilidades, fórmulas ou algoritmos; mas uma matemática que teorize sobre a realidade e a decomponha criticamente, uma matemática como atividade humana necessária à resolução de problemas procedentes de necessidades materiais, intelectuais e culturais (tecnologia).

O ensino de matemática para à vida, com sentido e significado e autonomia.

> a capacidade de entrar num discurso livre, assim como a autonomia, não crescem como plantas que precisam apenas de água e luz. Estas capacidades não são o resultado de um desenvolvimento automático mas baseiam-se num exercício ativo. Assim todas as estruturas

cognitivas são adquiridas a prática, também a autonomia deve ser exercitada. Quanto mais autoritária for a sociedade, tanto mais difícil será esse exercício. (Kesselring, 1990)

Professores se tivermos uma perspectiva global da realidade cósmica terrena e humana, constataremos que o universo está em expansão e em evolução, isto é inegável e isto implica dizer:

"O universo passa de formas simples para formas complexas, de situações de caos (desordem) para situações de cosmos (ordem)." (Boff,1997, p.125).

7.1 Sugestões Propostas Para Futuros Trabalhos:

Montaremos uma equipe de professores onde iremos aprofundar as teorias aqui discutidas e em futuros encontros discutiremos projetos multidisciplinar.

Os meios em que utilizaremos para discutir, será presencial e via email, lembrando que essa comunicação já esta acontecendo via email.

Os projetos que iremos desenvolver, deverá acontecer numa primeira fase, através de um planejamento e interesse nos objetivos que propomos nesse trabalho. Um segundo passo , escreveremos relatórios e artigos sobre os resultados obtidos, e no futuro, a pretensão é de escrever um livro das atividades desenvolvidas, com a intenção de ajudar na melhoria do ensino da matemática e contribuir com colegas que se interessarem nessa área.

Um exemplo de uma das atividades que poderá ser desenvolvida:

Elaborar atividades com alunos a partir da 5ª série , para que esses aprendam a reconhecer padrões e entendam a teoria fractal através de exemplos simples como reconhecer os padrões característicos repetidamente encontrados em escala descendente , de modo que suas partes, em qualquer escala, são, na forma, semelhantes ao todo. Propriedade das "auto-similaridade" arrancando um pedaço de uma couve- flor e indicando que, por si mesmo, esse pedaço se parece exatamente com uma couve flor, demonstrando dividindo ainda mais esse pedaço arrancado e mostrando que o novo pedacinho ainda se parece com uma minúscula couve-flor. Desse modo, cada parte se parece com a hortaliça inteira. A forma do todo é semelhante a si mesma em todos os níveis de escala.

Para finalizar, "Mestres" despertam virtualidades, ajudam a evitar enganos e erros. Sustentam esperanças de que sempre vale a pena seguir lutando. Impedem que o desânimo tome conta, alimentam permanentemente com o óleo da confiança, da solidariedade, do perdão e do enternecimento a lamparina sagrada que arde em nós.

REFERÊNCIAS

BATSCHELET, E. **Introdução à matemática para biocientistas**. Eds Inter. USP: São Paulo, 1978.

BEHRENS, Marilda Aparecida. **A prática pedagógica dos professores universitários: perspectivas e desafios**. (tese de doutorado em Educação) PUC: São Paulo, 1996.

BOFF, Leonardo. **A águia e a galinha: uma metáfora da condição humana**. Petrópolis: Vozes, 1997.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1968.

CAPRA, Fritjof. **O ponto de mutação**. São Paulo: Cultrix Ltda, 1982.

CAPRA, Fritjof [1996]. The Web of Life- **A teia da vida**. Uma nova compreensão científica dos sistemas vivos. Trad. Newton Roberval Eichemberg- Editora Cultrix- São Paulo.

Condensado de Sparks of Genius, de Robert e Michèle Root-Bernstein. 2000 by Houghton Mifflin.

CARVALHO, Maria Cecília Costa e Silva. **padrões numéricos e seqüências**. São Paulo: Moderna, 1997.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática da Teoria à Prática**. Campinas: Papirus, 1996.

DAVIS, P. J. & Hersh, R., 1986. **A experiência matemática.** Rio de Janeiro: Francisco Alves Editora.

DEMO, Pedro. **Pesquisa e construção de conhecimento**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro,1996.

DEMO, Pedro. **Pesquisa princípios científicos e educativos**. São Paulo: Cortez, 1991.

EVES, H. **An introdution to history of mathematics.** The sauders Series. 6ª Edição.

GLEICK, James. **Caos: a criação de uma nova ciência / James Gieick**. tradução de Waltensir Dutra. Rio de Janeiro: Campus, 1990.

MANDELBROT, Benoit. **Objetos fractais**, Grádiva, 1991.

MARCONDES Filho, Ciro. **Cenários do novo mundo**. São Paulo: Edições NTC, 1998.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **O desafio do conhecimento**. São Paulo: HUCITEC, 1993.

MORGAN, Gareth. **Imagens da organização**; tradução de Cecília Whitaker Bergamini/ Roberto Coda. São Paulo: Atlas,1996.

MORIN, Edgar. **Ciência com Consciência**, tradução de Maria D. Alexandre e Maria Alice Sampaio Dória. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1998.

POINCARÉ, Henri. **O valor da ciência**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.

POPPER, Karl. **A Lógica da pesquisa científica**. São Paulo: Atlas, 1992.

PRIGOGINE, Ilya. **O Fim das certezas**: tempo, caos e as leis da Natureza. São Paulo: Unesp, 1996.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa**. 10. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

VERGNAUD, G. 1990: **Epistemology and psychology of mathematics education, in mathematics and cognition**. ICMI Study Séries.

Artigo livre de Arsélio Martins do artigo de Jean Paul Guichard -IREM de Lyon in Bouvier, **A . didactique dês mathématiques**, Cedic/Nathan, 1986.

http://www. cic. unb.br/docentes/pedro/trabs/acrise. Htm

http://www .expresso.pt/ed 1352/r1261.asp 17/01/01 15:14

http:www. inep. gov.br/noticias/news_387.htm. 04/08/01 10:36

file:///CI/WINDOWS/Desktop/pasta2/caos.htm 19/01/01 16:02

file:///CI/WINDOWS/Desktop/pasta2/fractais.htm 19/01/01 16:08

http://www.terravista.pt/mussulo/1362/deffractal.htm 23/08/00 17:32

http:www.math.ist.utl.pt/~sramos/cviva1.html 17/01/01 16:19

http://www.goodnews.com.br/html/ciencia.htm 30/08/00 15:07

http:www.ip.pt/profmat98/resumos/PC09.htm 17/01/01 15:39

http://www.pr.gov.br/cie/docentes/doc992.htm 26/07/01 11:48

http://www.pr.gov.br/cie/mapas/munic/curitiba.htm 26/07/01 11:44

raffiti.cribx1.u_bordeaux.fr/MAPBX/roussel/fractals/mandel1.html

mirrors/fractal.mta.ca/pub/cnam/mandel/mandel10.gif

ftp://sensite.doc.ic.ac.uk/mirrors/fractal.mta.ca/pub/cnam/mandel http://graffiti.cribx1.u_bordeaux.fr/MAPBX/roussel/fractals/mandel.html

http://www.ntua.gr/mandel/mandel.html

http://nautelus.fis.uc.pt/softa/programas/manuais/fractais/manual.htm

http://www.nbi.dk/~emmeche/coPUBL/99.DefVida.CE.EH.htm

http://www.geocites.com/Eureka/3211/v_sist.htm

http://www.geocites.com/Eureka/3211/v_iart.html

ANEXOS

Anexo I – Modelo do Questionário Aplicado

Com o objetivo de obter dados reais para a nossa pesquisa , realizamos a aplicação do seguinte questionário, para professores do ensino fundamental e médio regular das escolas particulares de Curitiba, levando em conta que alguns dos professores que responderam trabalham em mais de uma escola .

1. Dados pessoais

   Nome:

   Idade:

   Nível em que leciona:

   Sexo:

   Naturalidade:

   Grau de Instrução:

2. Há quanto tempo você leciona Matemática

   a) um ano

   b) cinco anos

   c) dez anos

   d) mais de dez anos

3. Na sua opinião, qual o nível de importância do tema “A Matemática da Complexidade”.

   ( ) 5   ( ) 4   ( ) 3   ( ) 2   ( ) 1

   ( ) nenhuma importância   ( ) desconheço

4. Na sua opinião, qual o nível de importância do termo “Fractal” no ensino da Matemática ?

( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

( ) nenhuma importância ( ) desconheço

5. Na sua opinião, qual o nível de importância do termo “Atratores Estranhos”.

( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

( ) nenhuma importância ( ) desconheço

6. Na sua opinião, qual o nível de importância do termo “padrão” e “autopoise”.

( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

( ) nenhuma importância ( ) desconheço

7. Na sua opinião, qual o nível de importância do termo “Complexidade”, para o ensino e educador?

( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

( ) nenhuma importância ( ) desconheço

8. Na sua opinião, qual o nível de importância do termo “Mudança de Paradigma” para a melhoria no ensino?

( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

( ) nenhuma importância ( ) desconheço

9. Na sua opinião, os alunos de um modo geral usam da criatividade, ao trabalhar com situações problemas.

   ( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

   ( ) nenhuma importância ( ) desconheço

10. Na sua opinião qual o nível de importância do termo “Caos”.

    ( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

    ( ) nenhuma importância ( ) desconheço

11. A matemática da forma que é trabalhada nos dias de hoje, contribui para a “Criatividade”, em que nível de importância para a aprendizagem do aluno.

    ( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

    ( ) nenhuma importância ( ) desconheço

12. O Professor de Matemática usa em que nível de importância a “criatividade”em suas aulas no dia-a-dia para melhorar a sua metodologia?

    ( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

    ( ) nenhuma importância ( ) desconheço

13. O professor de Matemática aceita em que nível de importâncias as diferentes formas em que seu aluno sistematiza um exercício, no qual o professor determina um algoritmo de resolução.

    ( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

    ( ) nenhuma importância ( ) desconheço

14. As suas aulas de matemática são "dinâmicas", "vivas" de um modo geral em que nível de importância.

( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

( ) nenhuma importância ( ) desconheço

15. Qual o nível de importância dos seguintes nomes para a Matemática: Cantor, Mandelbrot e Henri Poincaré.

( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

( ) nenhuma importância ( ) desconheço

16. O parágrafo seguinte tem que nível de importância para a humanidade.

"através da geometria dos fractais, a matemática consegue descrever formas naturais e artificiais, esclarecendo questões dentro das ciências e tornando a visualização um elemento de descoberta".

( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

( ) nenhuma importância ( ) desconheço

17. Na sua opinião qual o nível de importância, em que o Professor de Matemática tem investido nas "mudanças de paradigmas", no seu trabalho no cotidiano, para atingir melhoria, qualidade e satisfação ?

( ) 5 ( ) 4 ( ) 3 ( ) 2 ( ) 1

( ) nenhuma importância ( ) desconheço

Anexo 2 - Outros exemplos dos Fractais de Mandelbrot:

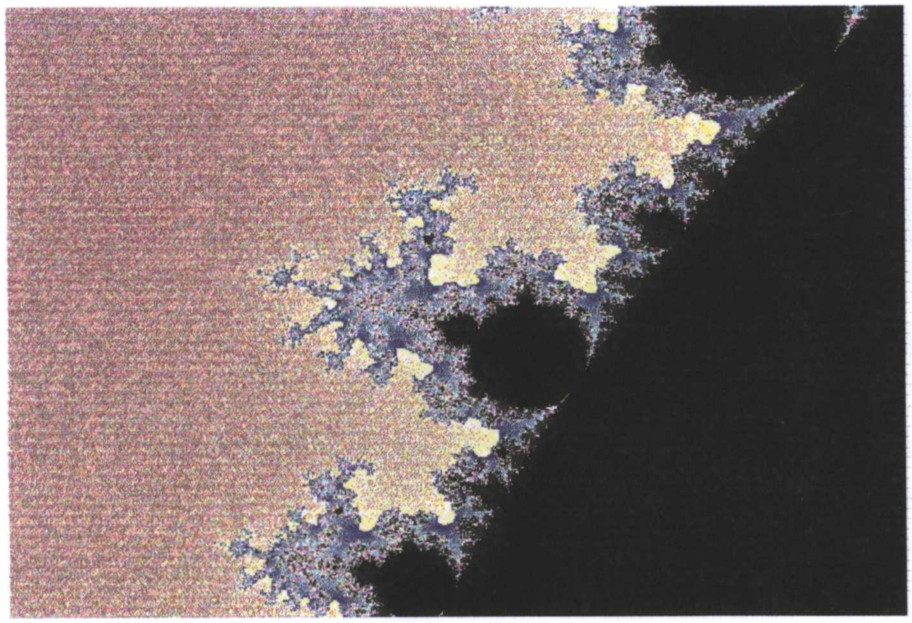


Figura 17 – Fractal 215 - 1

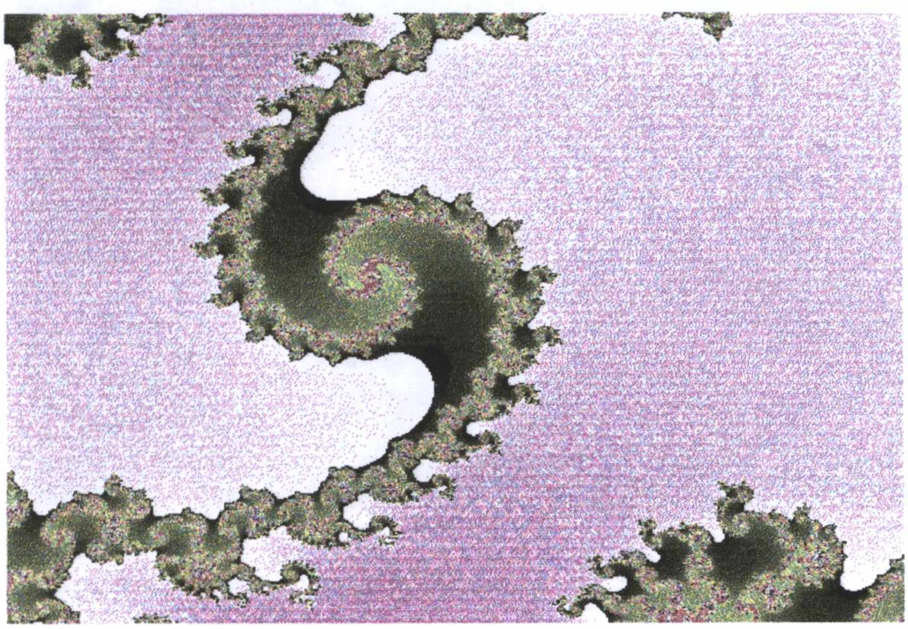


Figura 18 – Fractal – 432- 4. gif

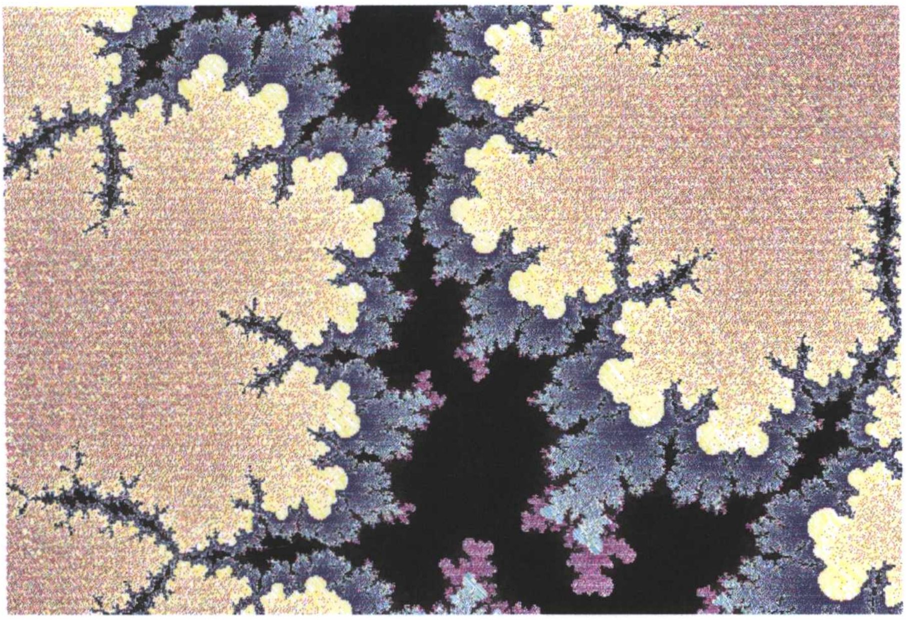


Figura 19 – Fractal – 461- 5. gif

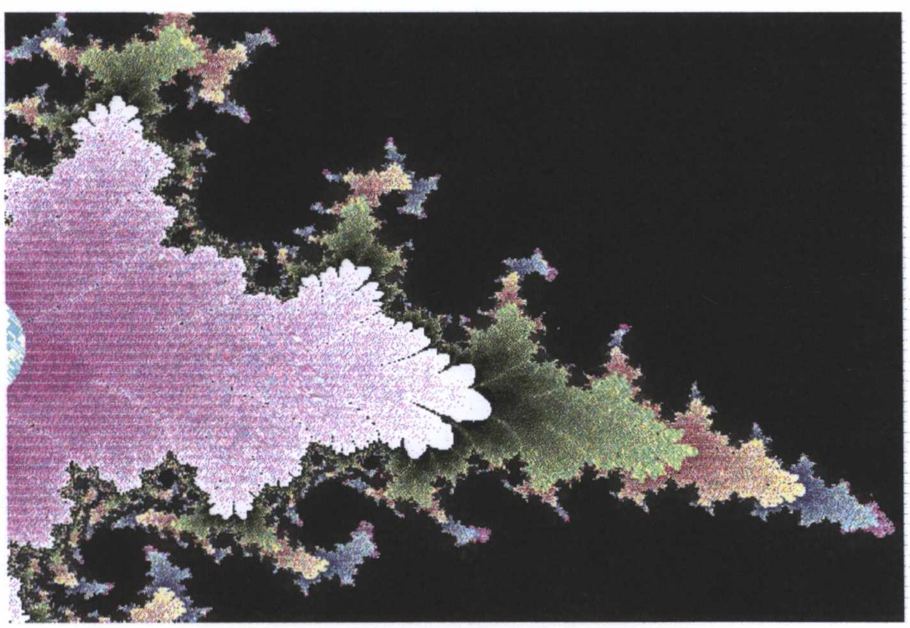


Figura 20– Fractal – 454-4. gif